

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>

### ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

#### A. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ:

1. Τι ονομάζουμε υλικό σημείο και τι στερεό σώμα; Ποια στερεά σώματα ονομάζονται *μηχανικά στερεά*;

2. Πότε ένα σώμα λέμε ότι κάνει μεταφορική κίνηση και πότε στροφική;

3. Πως ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα και πως η γραμμική ταχύτητα στην στροφική κίνηση; Ποιες οι μονάδες μέτρησής τους στο S.I.; Με ποια σχέση συνδέονται μεταξύ τους και πως αυτή η σχέση αποδεικνύεται;

4. Πως ορίζετε η γωνιακή επιτάχυνση και πως η γραμμική επιτάχυνση στην στροφική κίνηση; Ποιες οι μονάδες μέτρησής τους στο S.I.; Να αποδείξετε την σχέση που τις συνδέει.

5. Να αποδείξετε τις σχέσεις που δίνουν την γωνιακή ταχύτητα και την γωνία στροφής (γωνιακή μετατόπιση) σε συνάρτηση με τον χρόνο στην στροφική κίνηση, στην περίπτωση που αυτή είναι: i) ομαλή ii) ομαλά επιταχυνόμενη.

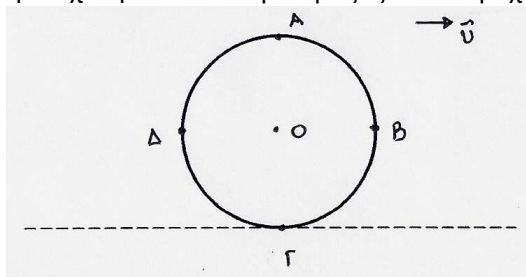
6. Ποιες αντίστοιχες σχέσεις δίνουν την μεταφορική ταχύτητα και την μετατόπιση σε συνάρτηση με τον χρόνο στην μεταφορική κίνηση, όταν αυτή είναι: i) ευθύγραμμη ομαλή ii) ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη;

7. Τι ονομάζεται κέντρο μάζας ενός σώματος και σε ποια σώματα το κέντρο μάζας ταυτίζεται με το κέντρο συμμετρίας και με το κέντρο βάρους;

8. Πότε ένα σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση; Να περιγράψετε την σύνθετη κίνηση των σημείων της περιφέρειας ενός τροχού που κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Να δείξετε τότε, ότι η μεταφορική ταχύτητα του τροχού  $v_{cm}$  ισούται κατά μέτρο με την γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του και άρα δίνεται από την σχέση  $v_{cm} = \omega \cdot R$ , και ότι η μεταφορική επιτάχυνση του τροχού ισούται με την γραμμική επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειάς του, επομένως δίνεται από την σχέση  $a_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$ .

9. α. Να περιγράψετε την σύνθετη μεταφορική και περιστροφική κίνηση που εκτελεί ο τροχός του ακόλουθου σχήματος, ο οποίος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα  $\vec{v}$ .

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα των σημείων A, B, Γ και Δ της περιφέρειας του τροχού, καθώς και την ταχύτητα του κέντρου μάζας O του τροχού.



10. Ποιο μέγεθος περιγράφει την ικανότητα μιας δύναμης να στρέφει ένα σώμα;
11. Πως ορίζεται η ροπή δύναμης ως προς άξονα;
12. Πως ορίζεται η ροπή δύναμης ως προς σημείο;
13. Τι είναι το ζεύγος δυνάμεων; Με τι ισούται η ροπή του ζεύγους δυνάμεων;
14. Ποια είναι η συνθήκη ισορροπίας ενός στερεού σώματος;
15. Να αποδείξετε ότι όταν σε ένα στερεό ασκούνται  $n$  ομοεπίπεδες δυνάμεις και το στερεό ισορροπεί, αν οι φορείς των  $(n-1)$  δυνάμεων περνούν από ένα σημείο, τότε και ο φορέας της  $n$ -οστής δύναμης περνά από το ίδιο σημείο.
16. Να αποδείξετε ότι όταν σε ένα στερεό ασκούνται  $n$  ομοεπίπεδες δυνάμεις και το στερεό ισορροπεί, αν οι  $(n-1)$  από αυτές τις δυνάμεις είναι παράλληλες, τότε και η  $n$ -οστή δύναμη θα είναι παράλληλη με τις προηγούμενες.
17. Πως ορίζεται η ροπή αδράνειας ενός στερεού ως προς έναν άξονα περιστροφής; Από τι εξαρτάται και ποιες είναι οι μονάδες μέτρησής της στο S.I.;
18. Τι εκφράζει η ροπή αδράνειας; Ποιες οι διαφορές της από την μάζα; Είναι μονόμετρο ή διανυσματικό μέγεθος;
19. Να διατυπώσετε το θεώρημα Steiner (θεώρημα παραλλήλων αξόνων).
20. Να διατυπώσετε τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης και να αναφέρεται τις προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται ώστε ο νόμος αυτός να ισχύει ακόμα και στην περίπτωση σώματος που εκτελεί σύνθετη κίνηση.
21. Με βάση τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης, να εξετάσετε την κινητική κατάσταση ενός στερεού σώματος στην περίπτωση όπου το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται σε αυτό είναι ίσο με μηδέν.
22. α) Πως ορίζεται η στροφορμή ενός υλικού σημείου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της;  
β) Από ποιες σχέσεις υπολογίζεται το μέτρο της στροφορμής σε αυτήν την περίπτωση;  
γ) Ποια η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I.;
23. Να αποδείξετε τη σχέση  $L=I\omega$ , με την οποία υπολογίζεται το μέτρο της στροφορμής στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα.
24. Τι είναι το σπιν (spin) ενός στερεού σώματος; Πως εκφράζεται το σπιν των ηλεκτρονίων, των πρωτονίων και των νετρονίων;
25. Τι ονομάζεται στροφορμή ενός συστήματος σωματίων;
26. Ποια είναι η γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδη νόμου της στροφικής κίνησης για ένα σώμα και ποια για ένα σύστημα σωμάτων; Πως καταλήγουμε σ' αυτήν από την αρχική διατύπωση, δηλαδή ποια είναι η διαδικασία απόδειξής της;

27. Σε ποιες περιπτώσεις διατηρείται η στροφορμή:

- i) ενός σώματος;            ii) ενός συστήματος σωμάτων;

28. Να εξηγήσετε με την βοήθεια της αρχής διατήρησης της στροφορμής:

α. γιατί μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ που περιστρέφεται, συμπύσσοντας τα χέρια της αυξάνει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της,

β. γιατί οι ακροβάτες που θέλουν να κάνουν πολλές στροφές στον αέρα συμπύσσουν τα χέρια και τα πόδια τους.

29. Να αποδείξετε την σχέση  $K_{\text{ΣΤΡ}} = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$ , που δίνει την κινητική ενέργεια της στροφικής κίνησης ενός στερεού σώματος. Ποια σχέση δίνει την κινητική ενέργεια ενός στερεού στην σύνθετη κίνηση;

30. Να υπολογίσετε τον λόγο της μεταφορικής ενέργειας προς την στροφική κινητική ενέργεια για έναν ομογενές στερεό που κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει, αν η ροπή αδράνειας του ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, είναι  $I = \lambda \cdot M \cdot R^2$ .

31. Να αποδείξετε ότι το έργο μιας δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα εφαπτομενικά, του ασκεί σταθερή ροπή  $\tau$  και το στρέφει κατά γωνία  $\theta$  ισούται με:

$$W = \tau \cdot \theta$$

32. Να αποδείξετε ότι η ισχύς μιας σταθερής δύναμης  $F$  που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της με ταχύτητα  $u$  δίνεται από την σχέση:

$$P = F \cdot u \cdot \sin \theta$$

όπου  $\theta$  η γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης της δύναμης και της κατεύθυνσης της ταχύτητας του σώματος.

33. Να αποδείξετε ότι η ισχύς μιας δύναμης σταθερής κατά μέτρο, που ασκείται σε ένα σώμα εφαπτομενικά και το στρέφει ισούται με:

$$P = \tau \cdot \omega$$

όπου  $\tau$  η ροπή της δύναμης και  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα του σώματος

34. Να διατυπώσετε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (θεώρημα έργου-ενέργειας). Τι μορφή παίρνει για σώματα που κινούνται μόνο στροφικά;

35. Ποιες δυνάμεις ονομάζονται συντηρητικές;

36. Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Σε ποιες περιπτώσεις ισχύει;

**B. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ:**

Στις ακόλουθες προτάσεις να απαντήσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**37.** Ένα στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Όλα τα σημεία του στερεού σώματος που δεν ανήκουν στον άξονα περιστροφής έχουν κάθε χρονική στιγμή:

- την ίδια γραμμική και την ίδια γωνιακή ταχύτητα,
- την ίδια γραμμική αλλά διαφορετική γωνιακή ταχύτητα,
- την ίδια γωνιακή αλλά διαφορετική γραμμική ταχύτητα,
- διαφορετική γραμμική και γωνιακή ταχύτητα.

**38.** Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού σώματος:

- ισούται με το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του σώματος,
- είναι διάνυσμα το οποίο έχει φορέα τον άξονα περιστροφής του σώματος,
- έχει το ίδιο μέτρο για όλα τα σημεία του στερεού σώματος που περιστρέφονται,
- έχει μονάδα μέτρησης στο σύστημα μονάδων S.I. το 1 rad/s.

**39.** Ένας τροχός κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Το κέντρο K του τροχού έχει σταθερή ταχύτητα.

- Η γωνιακή ταχύτητα του τροχού είναι σταθερή.
- Το κατώτερο σημείο A του τροχού έχει κάθε χρονική στιγμή μηδενική ταχύτητα.
- Το ανώτερο σημείο B του τροχού έχει κάθε χρονική στιγμή ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από ότι το κέντρο K του τροχού.
- Δεν υπάρχει κανένα σημείο του τροχού που να έχει ταχύτητα ίσου μέτρου με εκείνη του κέντρου K του τροχού.

**40.** Μία ράβδος δέχεται τη δράση τεσσάρων ομοεπίπεδων δυνάμεων, και ισορροπεί ακίνητη.

- Όλες οι δυνάμεις έχουν οπωσδήποτε την ίδια διεύθυνση.
- Η ροπή του ενός ζεύγους δυνάμεων είναι αντίθετη από την ροπή του άλλου ζεύγους.
- Αν όλες οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα, τότε η συνισταμένη ροπή έχει μέτρο ίσο με  $F \cdot (d_1 + d_2)$ , όπου F το μέτρο κάθε δύναμης και  $d_1, d_2$  οι μοχλοβραχίονες των δύο ζευγών.
- Αν όλες οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα, τότε τα δύο ζεύγη έχουν μεταξύ τους ίσους μοχλοβραχίονες ( $d_1 = d_2 = d$ ).

**41.** Η συνολική ροπή των δυνάμεων που δρουν σε ένα στερεό σώμα είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

- Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι οπωσδήποτε διάφορη του μηδενός.
- Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν.
- Το σώμα εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση.
- Οι φορείς όλων των δυνάμεων διέρχονται από τον άξονα περιστροφής.

**42.**

- Μια καμπυλόγραμμη κίνηση δε μπορεί να είναι μεταφορική.
- Η μάζα και η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι χαρακτηριστικά μεγέθη του σώματος.
- Αν σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα, στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, ισχύουν οι σχέσεις  $\sum F \neq 0$  και  $\sum \tau = 0$ , τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

δ. Η χρονική διάρκεια περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της παραμένει σταθερή, επειδή ο φορέας της δύναμης που δέχεται από τον ήλιο διέρχεται από το κέντρο μάζας της.

**43.** Στερεό σώμα είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκούνται δυνάμεις:

α. Αν  $\sum \vec{F} \neq 0$  και  $\sum \tau = 0$ , το σώμα κάνει μόνο μεταφορική κίνηση επιταχυνόμενη.

β. Αν  $\sum \vec{F} = 0$  και  $\sum \tau \neq 0$ , το σώμα κάνει μόνο στροφική κίνηση γύρω από το κέντρο μάζας του.

γ. Αν  $\sum \vec{F} \neq 0$  και  $\sum \tau \neq 0$ , το σώμα κάνει σύνθετη κίνηση

δ. Αν  $\sum \vec{F} = 0$  τότε υποχρεωτικά και  $\sum \tau = 0$ , οπότε το σώμα ηρεμεί.

**44.** Ένα στερεό σώμα αρχικά κάνει μόνο μεταφορική κίνηση με ταχύτητα  $\vec{v}_0$ . Στη συνέχεια το σώμα θα εκτελέσει:

α. μεταφορική και στροφική κίνηση αν  $\sum \vec{F} \neq 0$  και  $\sum \tau \neq 0$ ,

β. μόνο στροφική κίνηση αν  $\sum \vec{F} = 0$  και  $\sum \tau \neq 0$ ,

γ. μόνο μεταφορική κίνηση αν  $\sum \vec{F} \neq 0$  και  $\sum \tau = 0$ ,

δ. σύνθετη κίνηση που αποτελείται από μια μεταφορική με  $\vec{a}_{cm} = 0$  όταν  $\sum \vec{F} = 0$  και στροφική κίνηση με  $\alpha_{γων} \neq 0$  αν  $\sum \tau \neq 0$  σταθερό..

**45.** Μια αθλήτρια καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύσσει τα χέρια και τα πόδια της. Με την τεχνική αυτή:

α. η ροπή αδράνειας της αθλήτριας ελαττώνεται.

β. η στροφορμή της αθλήτριας αυξάνεται.

γ. η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της αθλήτριας αυξάνεται.

δ. ο χρόνος παραμονής της αθλήτριας στον αέρα ελαττώνεται.

**46.** α. Στη μεταφορική κίνηση, κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

β. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος, ως προς άξονα  $z'z$  που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, είναι μεγαλύτερη από την ροπή αδράνειας του σώματος, ως προς οποιοδήποτε άλλο άξονα, ο οποίος είναι παράλληλος με τον άξονα  $z'z$ .

γ. Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει και στις περιπτώσεις όπου ο άξονας περιστροφής μετατοπίζεται παράλληλα με τον εαυτό του.

δ. Το μέτρο της στροφορμής ενός στερεού σώματος, ως προς έναν άξονα  $z'z$ , εξαρτάται από την ροπή αδράνειας του σώματος ως προς αυτόν τον άξονα και από την γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

**47.** α. Όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας ενός τροχού που κυλιέται αυξάνεται, τότε αυξάνεται και γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.

β. Η φορά της γωνιακής ταχύτητας, της ροπής δύναμης ως προς άξονα και της στροφορμής καθορίζονται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

γ. Στο άτομο του υδρογόνου το ηλεκτρόνιο έχει λόγω της περιστροφής του γύρω από τον πυρήνα, σπιν μέτρου  $\frac{\hbar}{2}$ .

δ. Η ισχύς μιας δύναμης, η οποία περιστρέφει ένα σώμα, είναι ίση με το γινόμενο της ροπής της δύναμης επί την γωνιακή επιτάχυνση του σώματος.

**48.** Ομογενής σφαίρα κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω, πάνω σε πλάγιο επίπεδο.

α. Η κύλιση της σφαίρας προϋποθέτει την ύπαρξη στατικής τριβής.

β. Η στροφορμή της σφαίρας παραμένει σταθερή.

γ. Η μηχανική ενέργεια της σφαίρας παραμένει σταθερή.

δ. Η κινητική ενέργεια της σφαίρας λόγω της περιστροφικής κίνησης, παραμένει σταθερή.

**49.** Όταν ένα σώμα κάνει στροφική κίνηση, τότε:

α. το έργο της ροπής είναι πάντα θετικό,

β. υπάρχει περίπτωση σε στροφή κατά γωνία  $\theta$  ( $\theta \neq 0$ ), ενώ είναι  $\tau \neq 0$ , το έργο της ροπής στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  να είναι μηδέν,

γ. ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής εξαρτάται από την γωνιακή ταχύτητα του σώματος,

δ. η στιγμιαία ισχύς της ροπής είναι ανεξάρτητη της γωνιακής ταχύτητας.

**Στις ακόλουθες προτάσεις να διαλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε:**

**50.** Η γωνιακή επιτάχυνση ενός σώματος, που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι διάνυσμα το οποίο έχει πάντα:

α. την ίδια φορά με το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$ ,

β. την ίδια φορά με το διάνυσμα  $d\vec{\omega}$ ,

γ. διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής,

δ. αντίθετη φορά με το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$ .

**51.** Η ροπή αδράνειας μιας τετράγωνης ομογενούς πλάκας, μάζας  $M$  και πλευράς  $a$ , ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της πλάκας και είναι κάθετος στο επίπεδό της, είναι ίση με:

α.  $\frac{1}{12} \cdot M \cdot a^2$

β.  $\frac{1}{2} \cdot M \cdot a^2$

γ.  $\frac{1}{6} \cdot M \cdot a^2$

δ.  $\frac{2}{5} \cdot M \cdot a^2$

**52.** Η ροπή αδράνειας ενός οποιοδήποτε στερεού σώματος το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα:

α. είναι ίση με το μηδέν αν ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος,

β. είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε άξονα περιστροφής ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος,

γ. είναι ίση με μηδέν αν το σώμα βρίσκεται εκτός βαρυτικού πεδίου,

δ. έχει πάντοτε θετικό πρόσημο ανεξάρτητα από τον άξονα περιστροφής ως προς τον οποίο προσανατολίζεται.

**53.** Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με τη δράση μη μηδενικής σταθερής ροπής.

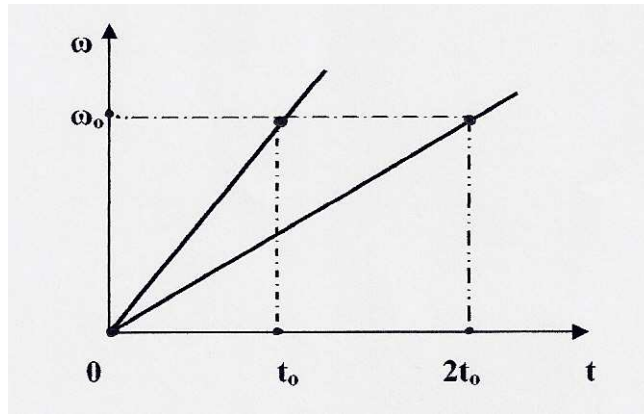
α. Η γωνιακή ταχύτητα του στερεού σώματος είναι σταθερή.

β. Η γωνιακή ταχύτητα του στερεού σώματος μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

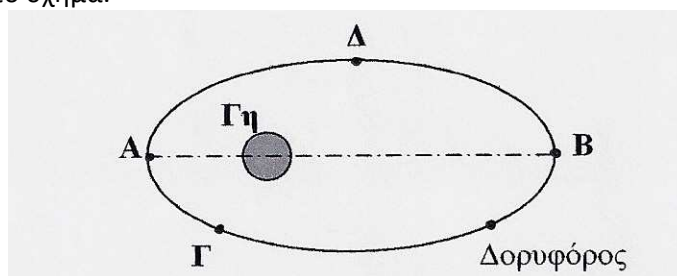
γ. Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού σώματος μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

δ. Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού σώματος είναι ίση με μηδέν.





59. Ένας τεχνητός δορυφόρος κινείται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τη Γη, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η κινητική ενέργεια του δορυφόρου είναι μέγιστη στη θέση:

- α. Α                      β. Β                      γ. Γ                      δ. Δ

60. Μια σφαίρα μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$  κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της υπολογίζεται από τον τύπο  $I = \frac{2}{5}.m.R^2$ . Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας της σφαίρας εξαιτίας της μεταφορικής της κίνησης προς την κινητική της ενέργεια εξαιτίας της

στροφικής της κίνησης  $\left( \frac{K_{\text{μετ}}}{K_{\text{στρ}}} \right)$  είναι ίσο με:

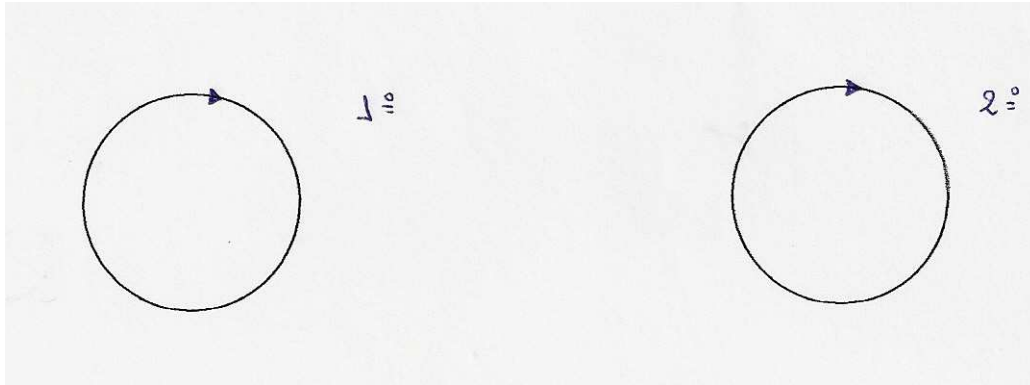
- α. 1                      β.  $\frac{2}{5}$                       γ.  $\frac{5}{2}$                       δ.  $\frac{1}{2}$

61. Μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται πάνω σε πάγο. Συμπύσσοντας τα χέρια της κοντά στο στήθος της, η ροπή αδράνειας της μεταβάλλεται κατά 20% σε σχέση με την αρχική. Η κινητική ενέργεια της αθλήτριας:

- α. μειώνεται κατά 25%.  
 β. μειώνεται κατά 20%.  
 γ. αυξάνεται κατά 20%.  
 δ. αυξάνεται κατά 25%.

62. Στα ακόλουθα σχήματα να σχεδιάσετε την κατεύθυνση των διανυσμάτων  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{L}$ ,  $\Delta\vec{L}$ ,  $\sum \vec{\tau}$ ,  $\vec{a}_{\gamma\omega\nu}$  αν το πρώτο σχήμα αναφέρετε σε επιταχυνόμενο τροχό και το δεύτερο σε επιβραδυνόμενο:





63. Να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις:

- Μπορεί ένα στερεό σώμα ή ένα σύστημα σωμάτων να έχουν σταθερή στροφορμή ενώ μεταβάλλεται η κινητική τους ενέργεια;
- Μπορεί ένα σώμα να έχει σταθερή στροφορμή και να μεταβάλλεται η κινητική του ενέργεια;
- Μπορεί ένα σύστημα σωμάτων να έχει μηδενική στροφορμή και να έχει κινητική ενέργεια.

64. Μια συμπαγής σφαίρα A και μια κοίλη σφαίρα B, της ίδιας μάζας M και της ίδιας ακτίνας R, αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος ενός πλάγιου επιπέδου. Ποια σφαίρα θα φτάσει πρώτη στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου;

- Η σφαίρα A.
- Η σφαίρα B.
- Οι δύο σφαίρες θα φτάσουν ταυτόχρονα.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

65. Η σφαίρα και το σώμα του σχήματος έχουν την ίδια μάζα m και τα κέντρα μάζας τους έχουν την ίδια ταχύτητα  $\vec{v}$ . Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το σώμα ολισθαίνει χωρίς τριβές.



Η ενέργεια που χρειάζεται να δαπανηθεί για να σταματήσουν τα δύο σώματα, είναι:

- η ίδια.
- μεγαλύτερη για τη σφαίρα.
- μεγαλύτερη για το σώμα.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

66. Τροχός ακτίνας R κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $\vec{v}_{cm}$  η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού τα οποία απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R έχει μέτρο:

- $\vec{v}_{cm}$
- $2 \vec{v}_{cm}$
- 0
- $\sqrt{2} \vec{v}_{cm}$

Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.

**ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**Θέματα Α (κλειστού τύπου): Στις ακόλουθες προτάσεις να διαλέξετε τη σωστή απάντηση.**

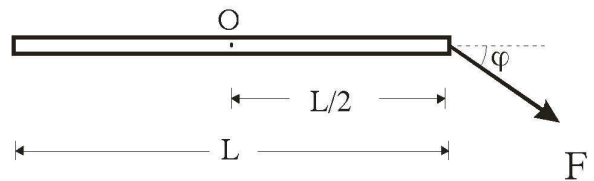
- 67.** Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...  
α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.  
β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα  $u = \omega r$  ( $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα,  $r$  η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).  
γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega = u_{cm} / R$  ( $u_{cm}$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας,  $R$  η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).  
δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

- 68.** Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες (h):  
α. 1h                    β. 12h                    γ. 24h                    δ. 48h

- 69.** Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του  
α. ταχύτητα αυξάνεται.  
β. ταχύτητα μένει σταθερή.  
γ. επιτάχυνση αυξάνεται.  
δ. επιτάχυνση μειώνεται.

- 70.** Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο  
α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.  
β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.  
γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.  
δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

- 71.** Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος  $L$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της  $O$  και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης  $F$  ως προς το σημείο  $O$  έχει μέτρο

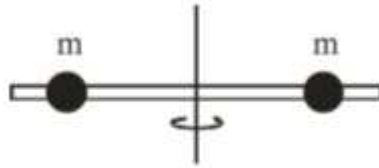


- α. 0    β.  $F\frac{L}{2}$     γ.  $F\frac{L}{2}\sin\varphi$     δ.  $F\frac{L}{2}\eta\mu\varphi$

- 72.** Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν πάνω σ' ένα στερεό σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι μηδέν, τότε  
α. η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται.  
β. η γωνιακή του ταχύτητα είναι σταθερή.  
γ. η γωνιακή του επιτάχυνση μεταβάλλεται.  
δ. η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του μεταβάλλεται.

- 73.** Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί  
α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.  
β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.  
γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.  
δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

74. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες  $m$  απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

α. τετραπλασιάζεται. β. διπλασιάζεται. γ. υποδιπλασιάζεται. δ. υποτετραπλασιάζεται.

75. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής

α. είναι διανυσματικό μέγεθος.

β. έχει μονάδα μέτρησης το  $1\text{N}\cdot\text{m}$ , στο S.I.

γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.

δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

76. Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα:

α. είναι ίση με το μηδέν.

β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

γ. αυξάνεται με το χρόνο.

δ. μειώνεται με το χρόνο.

77. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

α.  $1\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ . β.  $1\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ . γ.  $1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ . δ.  $1\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}$ . (άλλη χρονιά μπήκε και το 1Js)

78. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1$  γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα  $\omega_2$  θα είναι:

α.  $\omega_2 = \omega_1$ .

β.  $\omega_2 > \omega_1$ .

γ.  $\omega_2 < \omega_1$ .

δ.  $\omega_2 = 0$ .

79. Μία σφαίρα κυλίνεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.

β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.

γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.

δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

80. Υλικό σημείο μάζας  $m$  και ταχύτητας  $v$  κινείται σε περιφέρεια οριζόντιου κύκλου ακτίνας  $r$ , όπως στο σχήμα:

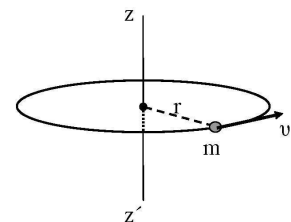
Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα  $zz'$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της

α. είναι μονόμετρο μέγεθος.

β. έχει μέτρο  $mur$ .

γ. είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα  $zz'$ .

δ. έχει μονάδα το  $\text{Kg}\cdot\text{m}$ .



81. Το μέτρο της στροφορμής  $L$  ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και ροπή αδράνειας  $I$ , ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής, είναι:

- α.  $I^2\omega$       β.  $I\omega$       γ.  $I\omega^2$       δ.  $\sqrt{I\omega}$

82. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα:

- α. υποτετραπλασιαστεί. β. υποδιπλασιαστεί. γ. τετραπλασιαστεί. δ. παραμένει αμετάβλητη.

83. Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι

- α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.  
β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.  
γ. πάντα θετικό.  
δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

84. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια

- α. Μένει η ίδια  
β. Διπλασιάζεται  
γ. Τετραπλασιάζεται  
δ. Οκταπλασιάζεται

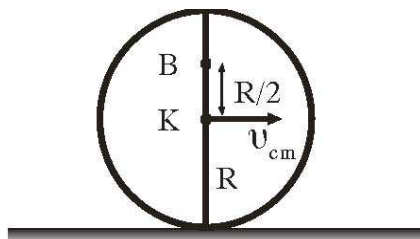
**Θέματα Β (κλειστού τύπου με δικαιολόγηση): Στις ακόλουθες προτάσεις να διαλέξετε τη σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.**

85. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$  με ακτίνες  $R$  και  $2R$ , κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες  $3\omega$  και  $\omega$ , αντίστοιχα.

Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$ , είναι

- α.  $3/2$ .      β.  $1/2$ .      γ.  $1$ .

86. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα  $R$  κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του  $K$  είναι  $u_{cm}$ .



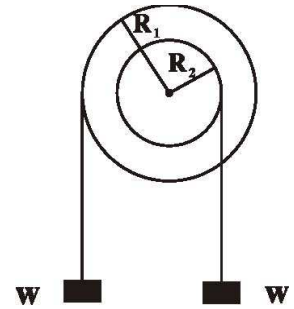
Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση  $R/2$  από το Κ θα είναι

- α.  $3/2 u_{cm}$ .      β.  $2/3 u_{cm}$ .      γ.  $5/2 u_{cm}$ .

87. Ένας δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι  $u_0$ . Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

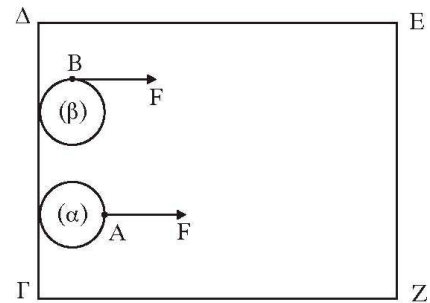
- α.  $u_A=2u_0$       β.  $u_A=\sqrt{2}u_0$       γ.  $u_A=u_0$

88. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες  $R_1$ ,  $R_2$  με  $R_1 > R_2$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών  $w$  που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα;



- α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού  
β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

89. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις  $F$  με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου. Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο  $t_\alpha$  για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο  $t_\beta$ , τότε:



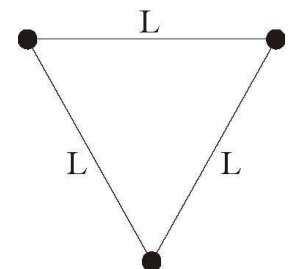
- α.  $t_\alpha > t_\beta$                       β.  $t_\alpha = t_\beta$                       γ.  $t_\alpha < t_\beta$

90. Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλιέται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι:

- α. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.  
β. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.  
γ. οι ταχύτητες είναι ίσες.

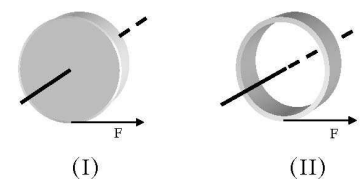
91. Δακτύλιος και δίσκος με σπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανομημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα. Να συγκρίνετε τις ροπές αδράνειας των δύο στερεών (ως προς άξονα περιστροφής κάθετο στο επίπεδό τους που περνάει από το κέντρο μάζας τους) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

92. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα  $m$ , συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους  $L$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:



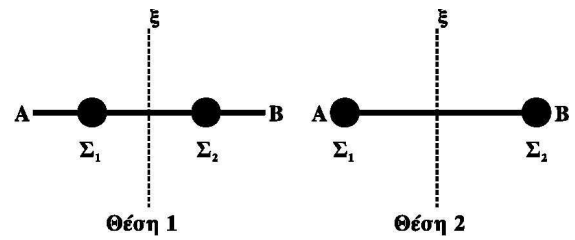
- α.  $mL^2$                       β.  $2mL^2$                       γ.  $3mL^2$

93. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα. Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι:

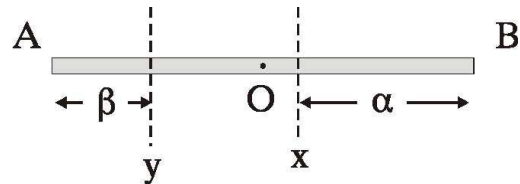


- α.  $\alpha_I = \alpha_{II}$ .                      β.  $\alpha_I < \alpha_{II}$ .                      γ.  $\alpha_I > \alpha_{II}$ .

94. Η ομογενής ράβδος AB του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας (ξ) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$  μάζας m καθεμιά μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται:  
 α. πιο εύκολα στη θέση 1.  
 β. πιο εύκολα στη θέση 2.  
 γ. το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.

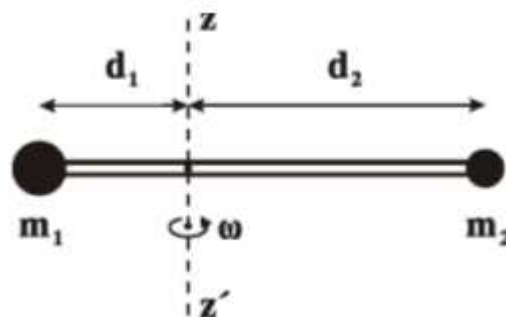


95. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος AB μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα x είτε γύρω από τον άξονα y. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου O της ράβδου.  
 Αν α, β είναι η απόσταση κάθε άξονα από τα άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει  $\alpha > \beta$  ο λόγος των ροπών αδράνειας της ράβδου  $I_x, I_y$  ως προς τους άξονες x, y αντίστοιχα είναι:



α.  $\frac{I_x}{I_y} = 1$       β.  $\frac{I_x}{I_y} > 1$       γ.  $\frac{I_x}{I_y} < 1$

96. Η οριζόντια ράβδος του σχήματος είναι αβαρής, η σημειακή μάζα  $m_1$  είναι τετραπλάσια από τη σημειακή μάζα  $m_2$ , και το μήκος  $d_2$  είναι διπλάσιο από το μήκος  $d_1$ . Το σύστημα περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z'z.



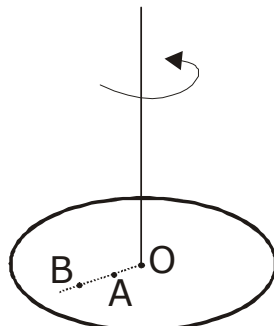
Η ροπή αδράνειας της μάζας  $m_1$  ως προς τον άξονα z'z είναι:  
 α. μεγαλύτερη από                      β. μικρότερη από                      γ. ίση με  
 τη ροπή αδράνειας της μάζας  $m_2$  ως προς τον ίδιο άξονα.

97. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα  $f_0$ . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι:  
 α. μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .  
 β. μικρότερη από την αρχική συχνότητα  $f_0$ .  
 γ. ίση με την αρχική συχνότητα  $f_0$ .



**104.** Στη θέση A οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί-δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου O. Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση A στη θέση B του δίσκου (σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου:

- α. θα αυξηθεί                      β. θα παραμείνει η ίδια                      γ. θα μειωθεί



**105.** Τροχός αρχικά ακίνητος, αρχίζει ( $t=0$ ) και περιστρέφεται υπό την επίδραση σταθερής ροπής, γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Η κινητική ενέργεια K του τροχού ως συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται στο σχήμα:

