<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^{Ο}</u>

<u>ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ</u>

<u>*Α. ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ – ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ – ΚΥΛΙΣΗ ΤΡΟΧΟΥ*</u>

1. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση αποκτά ταχύτητα 72 km/h σε χρόνο 5 s. Αν η ακτίνα των τροχών του αυτοκινήτου είναι 25 cm, να βρείτε την γωνιακή επιτάχυνσή τους.
(Απ.: 16 rad/s^2)

2. Τα σημεία της περιφέρειας ενός περιστρεφόμενου δίσκου έχουν γραμμική ταχύτητα μέτρου $υ_1$=3 m/s, ενώ τα σημεία που είναι 10 cm πλησιέστερα στον άξονα περιστροφής έχουν γραμμική ταχύτητα μέτρου $υ_2$=2 m/s. Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.
(Απ.: 10 rad/s)

3. Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ=20 m/s. Οι τροχοί του οχήματος, ακτίνας R=0,4 m, κυλάνε χωρίς να ολισθαίνουν στον δρόμο. Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του κέντρου μάζας κάθε τροχού.

β. Την γωνιακή ταχύτητα των τροχών.

γ. Τις ταχύτητες των σημείων των τροχών που απέχουν από το έδαφος d=0 και d=2R.

(Απ.: 20 m/s, 50 rad/s, 0 και 40 m/s)

4. Ποδήλατο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ=20 m/s. Ο κάθε τροχός του ποδηλάτου έχει ακτίνα R=0,5 m. Να βρείτε την ταχύτητα:

α. Ενός σημείου του άξονα του τροχού.

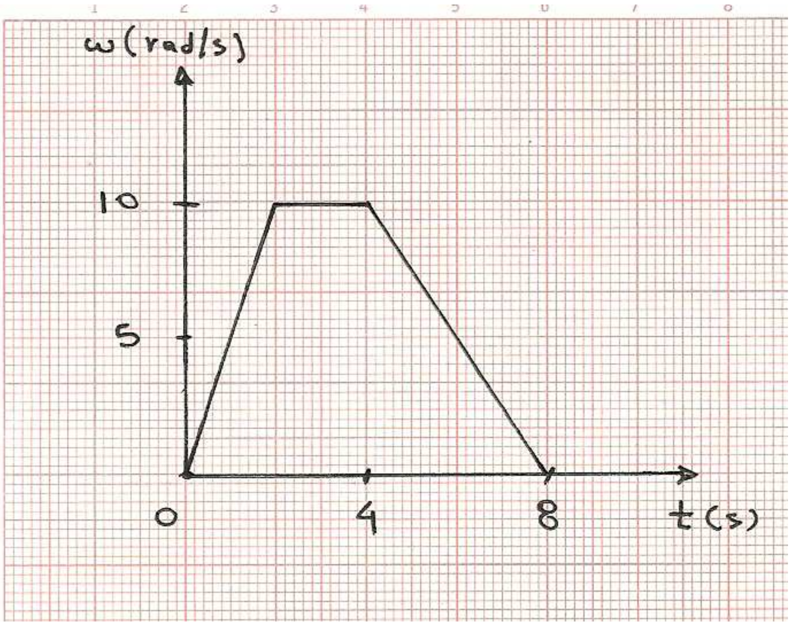
β. Ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού που βρίσκεται σε απόσταση 1 m από το έδαφος.

γ. Των σημείων της περιφέρειας του τροχού που αντιστοιχούν στα άκρα μιας οριζόντιας διαμέτρου.

(Απ.: 20 m/s, 40 m/s, 20$\sqrt{2}$ m/s)

5. Ένας τροχός επιταχύνεται από την ηρεμία με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων}$=4π rad/s^2. Μετά από 4 στροφές πόση θα είναι η γωνιακή του ταχύτητα;
(Απ.: 8π rad/s)

6. Το ακόλουθο διάγραμμα μας δείχνει πως μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο. Για τα χρονικά διαστήματα $Δt_1$=(2-0)s, $Δt_2$=(4-2)s και $Δt_3$=(8-4)s να βρείτε τις αντίστοιχες γωνιακές επιταχύνσεις και τις γωνίες που διαγράφει ο δίσκος. Στη συνέχεια να παραστήσετε γραφικά τη γωνιακή επιτάχυνση και την γωνία στροφής του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο. Πόσες συνολικά στροφές κάνει ο δίσκος στο χρονικό διάστημα 2s ως 8s;



(Απ.: 5 rad/s² και 10 rad, 0 και 20 rad, -2,5 rad/s² και 20 rad, $\frac{20}{\pi}$)

7. Όχημα με ακτίνα τροχών R=0,2 m ξεκινά τη χρονική στιγμή t_o=0 από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Αν η επιτάχυνση του οχήματος έχει μέτρο α=2 m/s², να βρείτε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα των τροχών τη χρονική στιγμή t_1=4 s.

β. Τη γωνιακή επιτάχυνση των τροχών.

γ. Σε πόσο χρόνο από την αρχή της κίνησης ο κάθε τροχός θα έχει κάνει Ν=100 στροφές.

(Απ.: 40 rad/s, 10 rad/s², $2.\sqrt{31{,}4}$ s)

8. Τροχός ακτίνας R=0,4 m κυλίεται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική t_o=0 το κέντρο του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου $υ_o$=20 m/s. Αν η κίνηση του κέντρου μάζας είναι ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη και η ταχύτητά του μηδενίζεται αφού ο τροχός διατρέξει διάστημα s=40 m, να βρείτε:

α. Τον αριθμό των στροφών που κάνει ο τροχός μέχρι να σταματήσει.

β. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού τη χρονική στιγμή t_1=2 s.

γ. Το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης του τροχού.

(Απ.: $\frac{50}{\pi}$, 25 rad/s, 12,5 rad/s²)

9. Ένας τροχός περιστρέφεται αρχικά με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $ω_o$=20π rad/s και τη χρονική στιγμή t_o=0 αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου $α_{γων}$=2π rad/s². Πόσες περιστροφές θα κάνει ο τροχός από τη χρονική στιγμή t_o μέχρι τη χρονική στιγμή t που θα σταματήσει;

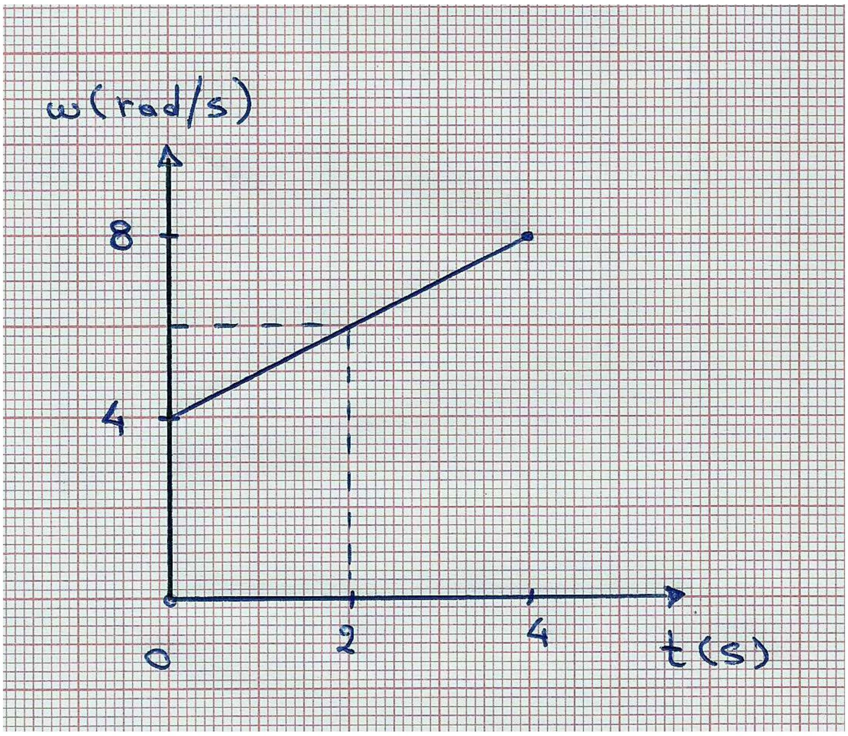
(Απ.: 50 περιστροφές)

10. Η γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού που περιστρέφεται μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως δείχνει το ακόλουθο διάγραμμα. Να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

β. Σε ποια χρονική στιγμή ο τροχός θα έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω=20 rad/s.

γ. Τη γωνία στροφής του τροχού στο χρονικό διάστημα Δt=(4-2).



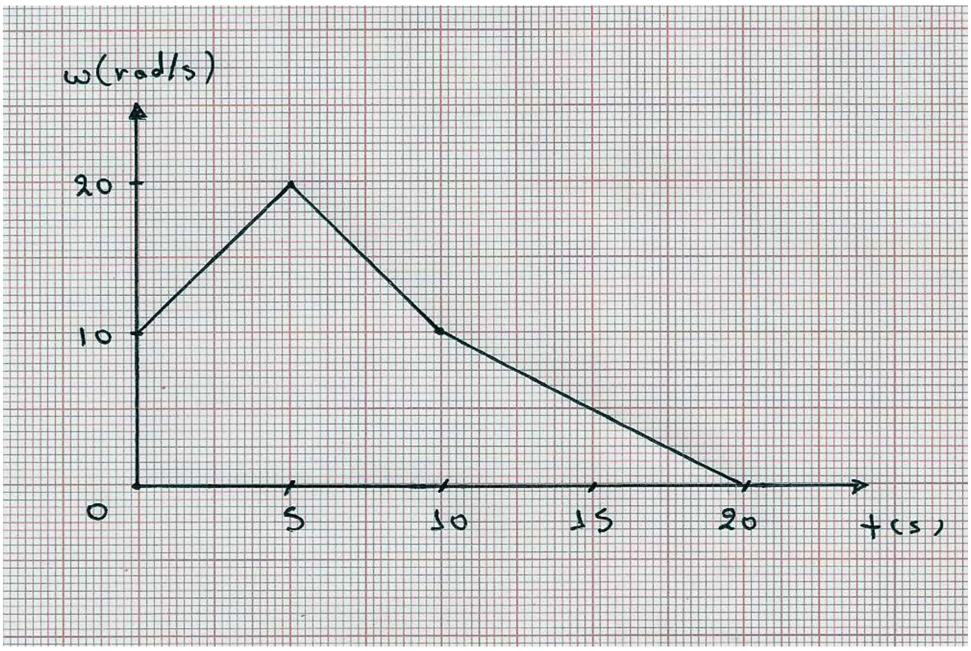
(Απ.: 1 rad/s^2, 16 s, 14 rad)

11. Το ακόλουθο διάγραμμα δείχνει πως μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα ενός στερεού σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t=7 s.

β. Τον αριθμό των περιστροφών που θα κάνει το σώμα στο χρονικό διάστημα από t_1=10 s έως t_2=20 s.

γ. Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα $α_{γων}$=f(t) και θ=f(t).



(Απ.: -2 rad/s^2, (25/π) στροφές)

12. Ένας τροχός περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Τη χρονική στιγμή t_1=3 s η αλγεβρική τιμή της γωνιακής του ταχύτητας είναι ω_1=-72 rad/s, ενώ τη χρονική στιγμή t_2=15 s είναι ω_2=-48 rad/s. Να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}$ του τροχού.

β. Τη χρονική στιγμή t_3 όπου η γωνιακή ταχύτητα του τροχού μηδενίζεται.

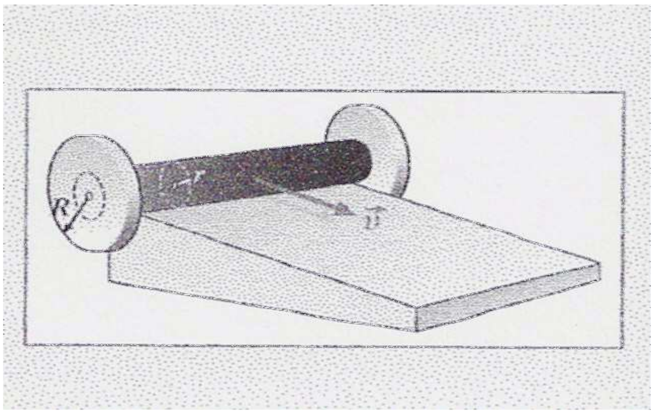
Στη συνέχεια να σχεδιάσετε στο ίδιο σχήμα τα διανύσματα $\vec{\alpha}_{γων}$, $\vec{\omega}_1$ και $\vec{\omega}_2$.

(Απ.: 2 rad/s^2, 39 s)

13. Το καρούλι του επόμενου σχήματος κυλά, χωρίς να γλιστρά, πάνω σε σανίδα και ο άξονας του έχει την χρονική στιγμή t_1 ταχύτητα μέτρου υ=10 m/s. Αν ο κύλινδρος του καρουλιού έχει ακτίνα r=0,1 m και οι τροχοί του έχουν ακτίνα R=0,3 m, να βρείτε για τη χρονική στιγμή t_1:

α. την γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου και των δίσκων,

β. τις ταχύτητες του ανώτερου και του κατώτερου σημείου του κάθε τροχού και των κυλίνδρων.



(Απ.: 100 rad/s, 40 m/s και -20 m/s, 20 m/s και 0)

14. Στον κύλινδρο ενός καρουλιού, ακτίνας R=4 cm, είναι τυλιγμένο λεπτό σχοινί συνολικού μήκους L=900 cm. Το καρούλι αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$=2 rad/s^2, έτσι ώστε το σχοινί να ξετυλίγεται.

α. Σε πόσο χρόνο θα έχει ξετυλιχθεί όλο το σχοινί;

β. Ποια θα είναι η γωνιακή ταχύτητα του καρουλιού τη στιγμή που θα έχει ξετυλιχθεί όλο το σχοινί;

(Απ.: 15 s, 30 rad/s)

15. Ένα όχημα ξεκινά τη χρονική στιγμή to=0 από την ηρεμία και κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α=4 m/s^2. Αν οι τροχοί του έχουν ακτίνα R=0,4 m και κυλάνε χωρίς να ολισθαίνουν, να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνσή τους.

β. Τη γωνιακή τους ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1=5 s.

γ. Την επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας τους που απέχουν από το έδαφος d=2R.

(Απ.: 10 rad/s^2, 50 rad/s, 8 m/s^2)

16. Ένας τροχός στρέφεται με συχνότητα f=900 στροφές/min. Κάποια στιγμή εξωτερικό αίτιο τον αναγκάζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση και μετά από 75 περιστροφές ο τροχός σταματά. Να βρείτε:

α. Τον χρόνο που διαρκεί η επιβραδυνόμενη κίνηση.

β. Τη γωνιακή επιβράδυνση του τροχού.

(Απ.: 10 s, -3π rad/s^2)

17. Σ’ ένα όχημα που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο δρόμο οι τροχοί, ακτίνας R=0,6 m, κυλάνε χωρίς να ολισθαίνουν. Αν το όχημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha=4\ m/s^2$, να βρείτε:

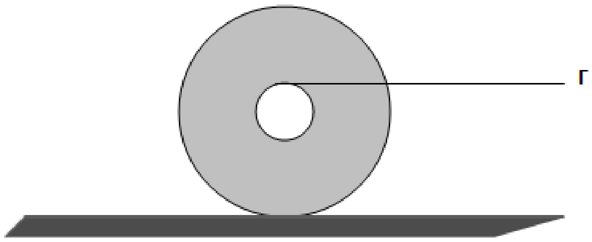
α. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού.

β. Τον ρυθμό αύξησης της γωνιακής ταχύτητας των τροχών.

γ. Την επιτρόχια επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας των τροχών.

(Απ.: 4 m/s^2, 20/3 m/s^2, 4 m/s^2)

18. Ένας ομογενής κύλινδρος ακτίνας R μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, υπό την επίδραση αβαρούς και μη εκτατού νήματος όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Το νήμα είναι τυλιγμένο σε απόσταση r=R/4 από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου.



Στο άκρο Γ του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη και έτσι ο κύλινδρος κινείται ομαλά επιταχυνόμενα. Αν ξεκινώντας από την ηρεμία, ο κύλινδρος μέσα σε χρόνο 3 sec έχει αποκτήσει μεταφορική ταχύτητα $\upsilon_{cm}=12\ m/s$ να βρείτε:

α. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

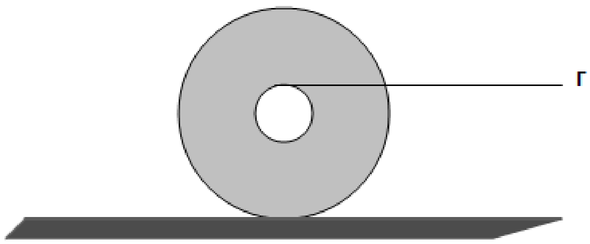
β. Την επιτάχυνση του σημείου Γ του νήματος (σημείο εφαρμογής της δύναμης).

γ. Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται μέσα σε χρόνο 3 sec.

δ. Την μετατόπιση του σημείου Γ στο ίδιο χρονικό διάστημα.

(Απ.: 4 m/s^2, 5 m/s^2, 4,5 m, 22,5 m)

19. Ένας ομογενής κύλινδρος ακτίνας R μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, υπό την επίδραση αβαρούς και μη εκτατού νήματος όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Το νήμα είναι τυλιγμένο σε απόσταση r=R/3 από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου.



Στο άκρο Γ του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη και έτσι ο κύλινδρος κινείται ομαλά επιταχυνόμενα. Ο κύλινδρος ξεκινά από την ηρεμία και μέσα σε χρόνο 2 sec έχουν ξετυλιχτεί 2 m νήματος. Να βρείτε:

α. Την επιτάχυνση του σημείου Γ του νήματος.

β. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου μετά το χρονικό διάστημα των 2 sec.

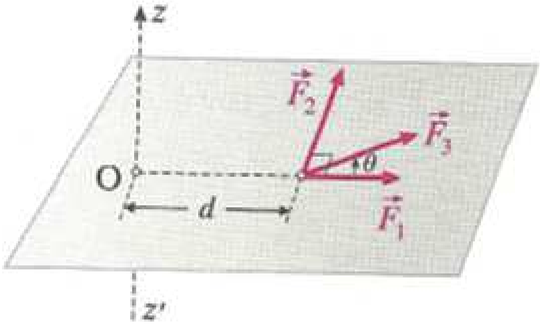
δ. Την μετατόπιση του σημείου Γ στο ίδιο χρονικό διάστημα.

ε. Να απαντήσετε στα ίδια ερωτήματα αν το σκοινί είναι τυλιγμένο σε απόσταση R/3 κάτω από το κέντρο του κυλίνδρου.

(Απ.: 4 m/s^2, 3 m/s^2, 6 m/s, 8 m)

<u>Β. ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ</u>

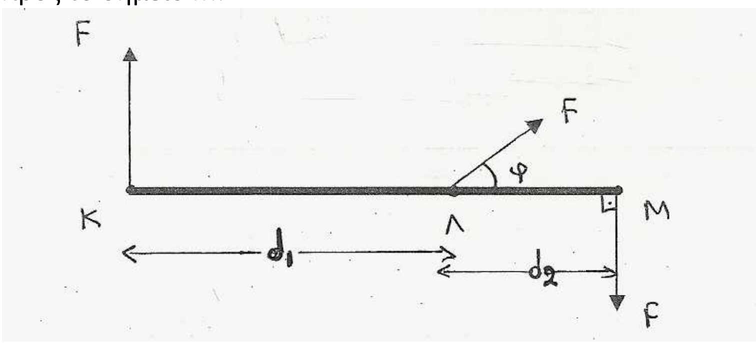
20. Οι δυνάμεις του επόμενου σχήματος έχουν μέτρα F_1=4 N, F_2=6 N και F_3=2 N και βρίσκονται πάνω στο επίπεδο. Αν $\phi=30^o$ και d=10 m, να βρείτε τις αλγεβρικές τιμές των ροπών των δυνάμεων αυτών ως προς τον άξονα zz΄ και να σχεδιάσετε τα διανύσματά τους.



(Απ.: 0, +60 N.m, +10 N.m)

21. Οι δυνάμεις που ασκούνται στην αβαρή ράβδο του ακόλουθου σχήματος έχουν ίσα μέτρα 10 N η καθεμία και βρίσκονται πάνω σε κατακόρυφο επίπεδο. Αν είναι d_1=10 m, d_2=8 m και $\phi=30^o$, να βρείτε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών:

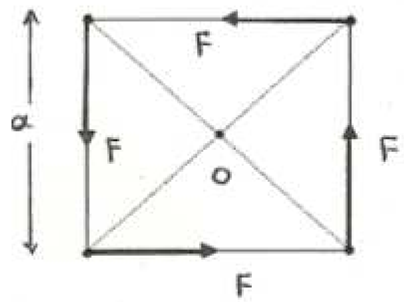
α. Ως προς το σημείο Κ.
β. Ως προς το σημείο Λ.
γ. Ως προς το σημείο Μ.



(Απ.: -130 N.m, -180 N.m, -220 N.m)

22 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Στην τετράγωνη πλάκα ΑΒΓΔ του ακόλουθου σχήματος ασκούνται τέσσερις δυνάμεις ίσου μέτρου F όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε την συνολική ροπή των δυνάμεων αυτών ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο της πλάκας και διέρχεται:

α. Από το κέντρο Ο της πλάκας. β. Από μια κορυφή της πλάκας



(Απ.: +2.F.α, +2.F.α)

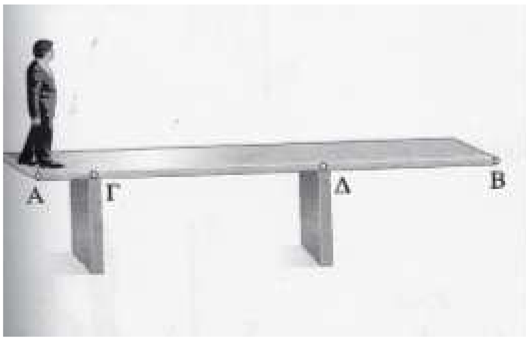
Γ. ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

23. Ομογενής ράβδος ΑΒ με μήκος d=120 cm και βάρος w=500 N στηρίζεται στα άκρα της Α και Β με δύο στύλους. Σ' ένα σημείο Γ της ράβδου, που απέχει από το Α απόσταση d_1=30 cm, κρεμάμε σώμα βάρους w_1=120 N. Αν η ράβδος είναι οριζόντια, να βρείτε τη δύναμη που ασκεί σε κάθε στύλο.
(Απ.:280 N, 340 N)

24. Η ομογενής σανίδα ΑΒ του ακόλουθου σχήματος, βάρους w=1000 N και μήκους (ΑΒ)=d=8 m, στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ, που απέχουν από το άκρο της Α αποστάσεις d_1=1 m και d_2=5 m αντίστοιχα. Ένας άνθρωπος βάρους w_1=1000 N στέκεται στο άκρο της Α.

α. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο ώστε να ισορροπεί οριζόντια.

β. Μέχρι ποιο σημείο μπορεί να προχωρήσει ο άνθρωπος πάνω στη σανίδα ώστε αυτή να μην ανατραπεί.

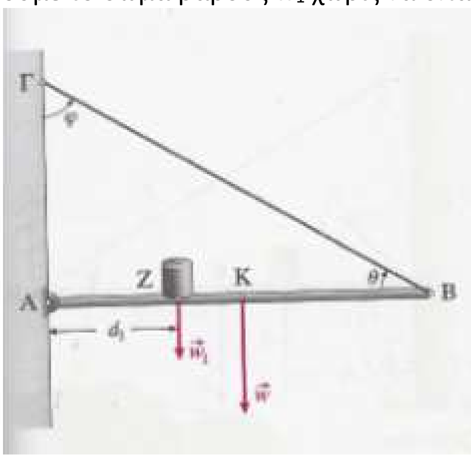


(Απ.: 500 N-1500 N, 2 m από το Β)

25 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος, βάρους w=80 N και μήκους d=3 m, στηρίζεται μέσω άρθρωσης στο σημείο Α, ενώ το σημείο Β δένεται με σχοινί από το σημείο Γ. Μικρό σώμα βάρους w_1=30 N βρίσκεται πάνω στη ράβδο στο σημείο Ζ, όπου (ΑΖ)=d_1=1 m. Για τις γωνίες που σχηματίζονται ισχύει θ=30° και φ=60°.

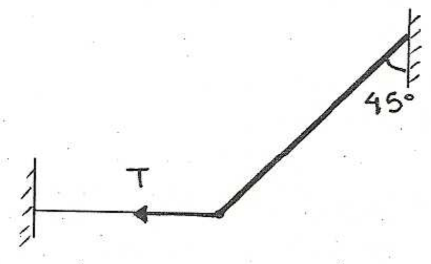
α. Να βρείτε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο από την άρθρωση και από το σχοινί.

β. Αν το όριο θραύσης του σχοινιού είναι $T_{θρ}$=120 N, μέχρι ποια απόσταση από το Α μπορούμε να μετακινήσουμε το σώμα βάρους w_1 χωρίς να σπάσει το σχοινί;



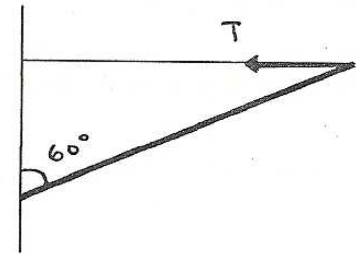
(Απ.: 100 N-10$\sqrt{111}$ N με εφα=2$\frac{\sqrt{3}}{5}$, 2 m από το Α)

26. Ομογενής χάλκινη δοκός έχει m=100 kg. Το ένα άκρο της το αρθρώνουμε σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άλλο το δένουμε μ' ένα σχοινί που τεντώνεται και κρατά τη δοκό σε γωνία φ=45°, όπως στο ακόλουθο σχήμα. Να βρείτε την τάση $\vec{T}$ του σχοινιού. Δίνεται g=10 m/s^2.



(Απ.: 500 N)

27. Η ομογενής ράβδος του ακόλουθου σχήματος, μάζας m=10 kg, ισορροπεί με τη βοήθεια του σχοινιού και της άρθρωσης. Αν φ=60°, να βρείτε την τάση του σχοινιού και τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο. Δίνεται g=10 m/s^2.

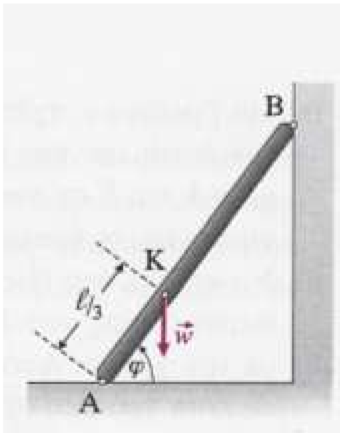


(Απ.: 50$\sqrt{3}$ N, 50$\sqrt{7}$ N με εφα=$\sqrt{3/7}$)

28 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Η σανίδα ΑΒ του ακόλουθου σχήματος, μάζας m=30 kg και μήκους L, στηρίζεται με το άκρο της Α στο έδαφος και με το άκρο της Β σε λείο κατακόρυφο επίπεδο. Το κέντρο μάζας της σανίδας βρίσκεται σε απόσταση L/3 από το άκρο της Α. Αν φ=60° να βρείτε:

α. Τις δυνάμεις που δέχεται η σανίδα από το έδαφος και από τον τοίχο.

β. Την τάση ενός οριζόντιου σχοινιού που πρέπει να είναι δεμένο στον τοίχο και κρατά το άκρο Α της σανίδας στην περίπτωση όπου το έδαφος είναι λείο. Δίνεται g=10 m/s^2.



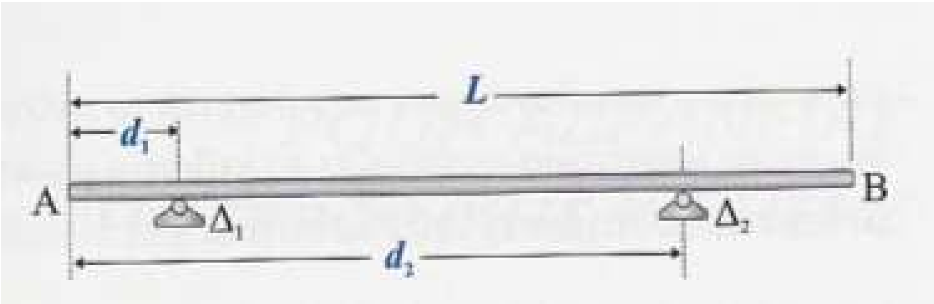
(Απ.: 200$\sqrt{7/3}$ N με εφα=3$\sqrt{3}$, $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ N)

29 (ΠΑΝΑΓΙΩΤΑΚΟΠΟΥΛΟΣ). Η οριζόντια ράβδος του επόμενου σχήματος είναι ομογενής, έχει βάρος w=450 N και μήκος L=20 m. Η δοκός αυτή στηρίζεται σε δύο υποστηρίγματα $Δ_1$ και $Δ_2$, τα οποία απέχουν από το άκρο της Α αποστάσεις d_1=2 m και d_2=17 m αντίστοιχα. Ένας άνθρωπος με βάρος $w_α$=600 N ανεβαίνει στη δοκό και στέκεται αρχικά ακίνητος στο άκρο της Α, χωρίς αυτή να ανατρέπεται.

α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}_1$ και $\vec{N}_2$ που δέχεται η δοκός από τα δύο υποστηρίγματα.

β. Ο άνθρωπος αρχίζει να μετακινείται κατά μήκος της δοκού από το άκρο Α προς το άκρο Β. Να γράψετε τις σχέσεις των μέτρων των δυνάμεων που δέχεται η δοκός από τα δύο υποστηρίγματα σε συνάρτηση με την μετατόπιση x του ανθρώπου από το άκρο Α (N_1=f(x), N_2=f(x)).

γ. Να βρείτε την θέση του ανθρώπου για την οποία οι δυνάμεις $\vec{N}_1$ και $\vec{N}_2$ που δέχεται η δοκός από τα δύο υποστηρίγματα έχουν ίσα μέτρα.



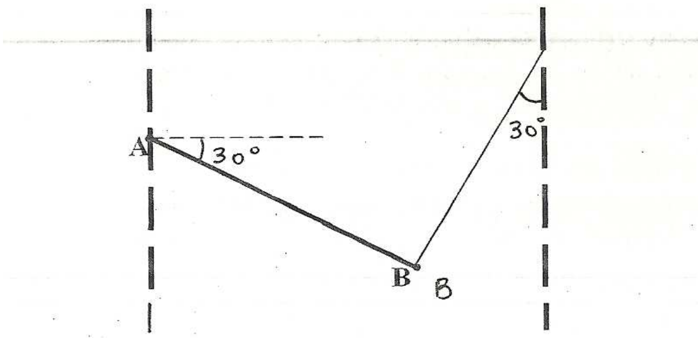
(Απ.: 890 N, 160 N, N_1=890-40.x, N_2=160+40.x (S.I.), 9,125 m)

30. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του ακόλουθου σχήματος μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από το άκρο της Α με την βοήθεια άρθρωσης. Η ράβδος έχει μήκος L, βάρος w=8 N και ισορροπεί με την βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το μέτρο της ροπής του βάρους ως προς το σημείο Α ισούται με $4\sqrt{3}$N.m . Να υπολογίσετε:

α. τη ροπή της τάσης του νήματος ως προς το σημείο Α,

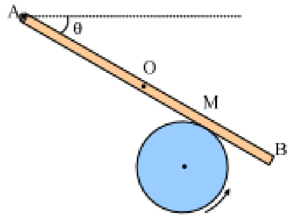
β. το μέτρο της τάσης του νήματος,

γ. το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.



(Απ.: $4\sqrt{3}$N.m, $2\sqrt{3}$N.m, $\sqrt{28}$N)

31 (YLIKONET). Η ράβδος του σχήματος που έχει μήκος 4 m και μάζα 30 kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α, ενώ στηρίζεται σε κύλινδρο σε σημείο Μ, που απέχει 1 m από το άκρο της Β. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σανίδας και κυλίνδρου είναι μ=0,2, ενώ η γωνία κλίσεως της ράβδου έχει ημθ=0.6. Ο κύλινδρος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=1 rad/s, γύρω από τον άξονά του.



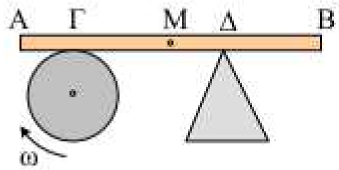
α. Να βρεθούν οι συνιστώσες της δύναμης που ασκείται από τον άξονα στην ράβδο, την F_x παράλληλη στη ράβδο και την F_y κάθετη σ' αυτήν.

β. Πως θα μεταβληθεί το μέτρο των παραπάνω συνιστωσών αν αυξήσουμε τη γωνιακή ταχύτητα στην τιμή των 2 rad/s.

γ. Πως θα μεταβληθεί το μέτρο των παραπάνω συνιστωσών αν αντιστραφεί η φορά περιστροφής του κυλίνδρου;

(Απ.: 148 N και 80 N, δεν μεταβάλλονται, 212 N και 80 N)

32 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Στο ακόλουθο σχήμα η ράβδος ΑΒ έχει μήκος 6 m, βάρος 300 N και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε έναν κύλινδρο και σε ένα τρίποδο. Δίνονται (ΑΓ)=1 m και (ΔΒ)=2 m ενώ ο κύλινδρος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=2 rad/sec. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου είναι μ=0,4.



α. Να υπολογισθούν οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος από το τρίποδο και τον κύλινδρο.

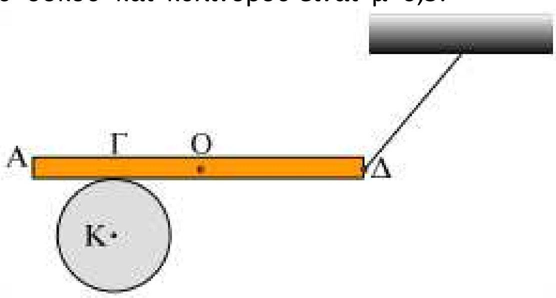
β. Υπολογίστε την τριβή που ασκείται στην ράβδο στα σημεία στήριξης.

γ. Ποιος είναι ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τριπόδου και ράβδου για να πραγματοποιηθεί η παραπάνω ισορροπία;

δ. Αν αυξήσουμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου θα μεταβληθούν οι δυνάμεις που ασκούνται στην ράβδο;

(Απ.: 400 N, 200 N, 80 N, 0,2)

33 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Η ομογενής δοκός ΑΔ του ακόλουθου σχήματος έχει μήκος 4 m και μάζα 30 kg, ισορροπεί δε οριζόντια, όπως στο σχήμα, δεμένη στο ένα της άκρο σε νήμα, ενώ στηρίζεται σε περιστρεφόμενο κύλινδρο σε σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1 m. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,5.

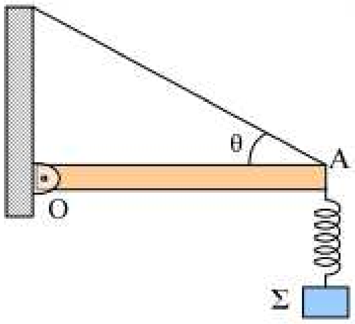


α) Ποια η φορά περιστροφής του κυλίνδρου;

β) Ποια η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την οριζόντια διεύθυνση;

(Απ.: αριστερόστροφα, 45°)

34 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Η ομογενής δοκός ΟΑ μήκους L και μάζας 4 kg, είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άλλο της άκρο δένεται με νήμα από τον τοίχο, το οποίο σχηματίζει γωνία θ=30° με την δοκό, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

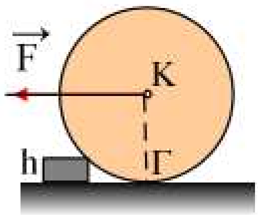


Στο άκρο Α κρέμεται με ελατήριο σταθεράς $k=8\pi^2=80$ N/m ένα σώμα Σ μάζας m=2 kg, το οποίο ισορροπεί.

α) Να βρείτε την τάση του νήματος.

β) Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 10 cm και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί. Πόση είναι η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t_1=1,5$s;
Δίνεται $g=10m/s^2$.
(Απ.: 80 Ν, 64 Ν)

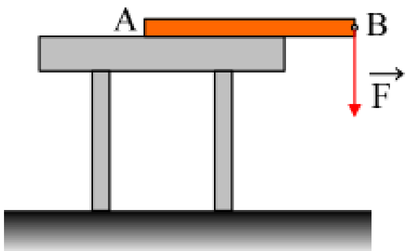
35 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Ένας κύλινδρος βάρους 800 Ν και ακτίνας 0,6 m ισορροπεί όπως στο σχήμα με την επίδραση της δύναμης F, στηριζόμενος στο οριζόντιο επίπεδο και στο σκαλοπάτι με ύψος h=0,12m, όπου οι επιφάνειες είναι λείες.



α) Αν F=300N, αποδείξτε ότι η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι, περνά από το κέντρο Κ και υπολογίστε την αντίδραση του επιπέδου στο Γ.

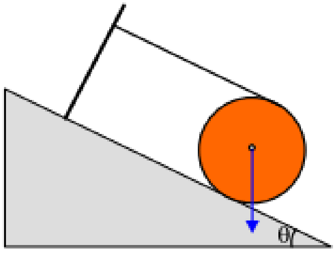
β) Ποια η ελάχιστη τιμή της F, ώστε ο κύλινδρος να υπερπηδήσει το σκαλοπάτι.
(Απ.:…….)

36. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 1 m είναι τοποθετημένη πάνω σε ένα τραπέζι έτσι, ώστε τα ¾ της να ακουμπούν στο τραπέζι.



Στο άκρο Β της ράβδου ασκούμε μια συνεχώς αυξανόμενη κατακόρυφη δύναμη F, με φορά προς τα κάτω. Όταν το μέτρο της δύναμης αυτής γίνει F=100 N, το άκρο Α της ράβδου αρχίζει να σηκώνεται. Αν $g=10$ m/s^2 , να βρείτε τη μάζα της ράβδου, καθώς και το σημείο εφαρμογής της κάθετης αντίδρασης από το τραπέζι όταν το μέτρο της F είναι 50 Ν.
(Απ.: 10 kg, 0,33 m από το Β)

37 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Ένας κύλινδρος ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30° με την βοήθεια νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω του και είναι παράλληλο προς το επίπεδο.



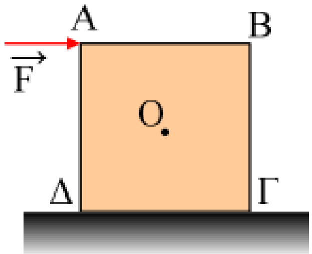
α) Να αποδείξτε ότι το επίπεδο δεν είναι λείο.

β) Να δείξτε ότι η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο έχει φορά προς τα πάνω και έχει το ίδιο μέτρο με την τάση του νήματος.

γ) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής για να υπάρχει ισορροπία;
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s².

(Απ. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ **)**

38 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύβος ακμής α=1 m και μάζας m=60 kg, ο οποίος εμφανίζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}2$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης μέτρου F=180 N στην κορυφή Α, όπως στο σχήμα.



α) Υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κύβο, καθώς και τη ροπή καθεμιάς ως προς το κέντρο Ο του κύβου.

β) Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης F ποια η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει, χωρίς να ανατραπεί ο κύβος;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s².

(Απ.: 600 N, 120 N, -90 N.m, -60 N.m, 150 N.m, 480 N)

Δ. ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

39. Ο τροχός μιας άμαξας αποτελείται από μια λεπτή στεφάνη, ακτίνας R=0,5 m και μάζας M_1=60 kg, και από έξι ακτίνες, μήκους L=R και μάζας M_2=5 kg η καθεμία, συμμετρικά τοποθετημένες. Να βρείτε τη ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, μήκους L και μήκους m, ως προς άξονα που περνά από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτή είναι ίση με $\frac{1}{12}ml^2$.

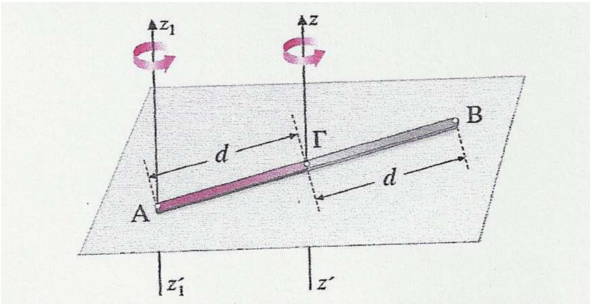
(Απ.: 17,5 kg.m²)

40 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Τα τμήματα ΑΓ και ΓΒ της λεπτής ράβδου ΑΒ είναι ομογενή, έχουν μήκος d=3 m το καθένα και μάζες $m_{ΑΓ}=m_1=2$ kg και $m_{ΓΒ}=2m_1=4$ kg αντίστοιχα. Να βρείτε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ΑΒ ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και περνά:

α. Από το σημείο Γ.

β. Από το σημείο Α.

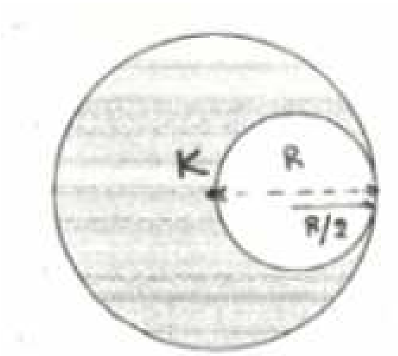
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας λεπτής και ομογενούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο σε αυτήν που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}m.l^2$.



(Απ.: 18 kg.m², 90 kg.m²)

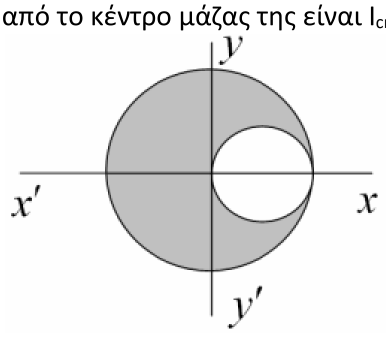
41. Από έναν ομογενή δίσκο ακτίνας R αφαιρούμε ένα κυκλικό τμήμα ακτίνας R/2 όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Αν το στερεό σώμα που απομένει έχει μάζα m, να βρείτε την ροπή αδρανείας του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Κ και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας ενός ομογενούς δίσκου μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι $I_{cm}=(1/2).M.R^2$.



(Απ.: $(13/24).m.R^2$)

42. Το ομογενές σώμα του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα 7 kg και έχει προκύψει από σφαίρα ακτίνας 20 cm που τις έχει αφαιρεθεί μία σφαιρική κοιλότητα ακτίνας 10 cm. Αν ο όγκος σφαίρας δίνεται από τη σχέση $V=(4/3).π.R^3$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=(2/5).M.R^2$.



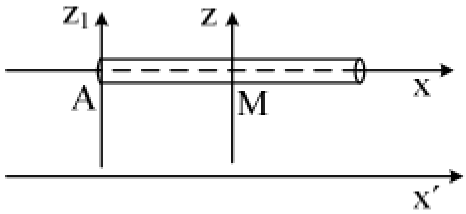
Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του σώματος:

i) ως προς τον άξονα χχ΄

ii) ως προς τον άξονα γγ΄

(Απ.: 0,124 kg.m^2, 0,114 kg.m^2)

43 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Στο επίπεδο του χαρτιού βλέπεται μια λεπτή ομογενή κυλινδρική ράβδο μήκους l=4 m και μάζας 3 kg. Να υπολογίστε την ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα:



i) x, κατά μήκος του άξονα συμμετρίας της ράβδου.

ii) x΄ ο οποίος είναι παράλληλος στον άξονα x απέχοντας 1m από αυτόν.

iii) z, ο οποίος είναι κάθετος στην ράβδο και διέρχεται από το μέσον της Μ.

iv) z1 ΄ ο οποίος διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου και είναι κάθετος σ' αυτήν.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας λεπτής και ομογενούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο σε αυτήν που περνά από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}m.l^2$.

(Απ.: 0, 3 kg.m^2, 4 kg.m^2, 16 kg.m^2)

Ε. ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

44. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου μάζας m=1200 kg κάνει χρήση των φρένων και το επιβραδύνει με ρυθμό 6 m/s^2.

α. Πόση είναι η συνολική οριζόντια δύναμη τροχοπέδησης που ασκεί ο δρόμος στο αυτοκίνητο;

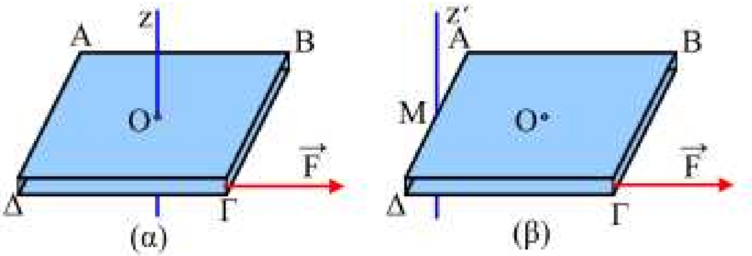
β. Πόση είναι η ροπή αυτής της δύναμης ως προς το κέντρο μάζας του αυτοκινήτου, αν αυτό βρίσκεται σε ύψος h=50 cm από το δρόμο;

(Απ.: 7200 N, 3600 N.s)

45. Ένας ποδηλάτης έχει μαζί με το ποδήλατο συνολική μάζα m=80 kg. Ο ποδηλάτης ξεκινώντας από την ηρεμία αποκτά ταχύτητα 18 km/h, ασκώντας στο πεντάλ σταθερή ροπή Μ=(125/π) N.m. Μετά από πόσες περιστροφές των τροχών αποκτά ο ποδηλάτης την ταχύτητα αυτή;

(Απ.: 4 περιστροφές)

46 (YLIKONET). Μια οριζόντια τετράγωνη πλάκα ΑΒΓΔ πλευράς 1 m και μάζας 20 kg μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα z που περνά από το κέντρο της. Η πλάκα αποκτά γωνιακή ταχύτητα 5 rad/s όταν ασκηθεί πάνω της οριζόντια δύναμη μέτρου F=10 N στην κορυφή Γ με διεύθυνση, κάθε στιγμή, αυτήν την πλευρά ΔΓ, για χρονικό διάστημα 10 s (βλέπε σχήμα (α)).



i) Να υπολογιστεί η ασκούμενη ροπή, η γωνιακή επιτάχυνση και η ροπή αδράνειας της πλάκας ως προς τον άξονα z.

ii) Πόση αντίστοιχα γωνιακή ταχύτητα θα αποκτούσε σε χρόνο 10 sec η πλάκα, αν η περιστροφή γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα z΄, ο οποίος περνά από το μέσον Μ της ΑΔ (βλέπε σχήμα (β)).

(Απ.: 5 N.m, 0,5 rad/s, 10 kg.m^2, (10/3) rad/s)

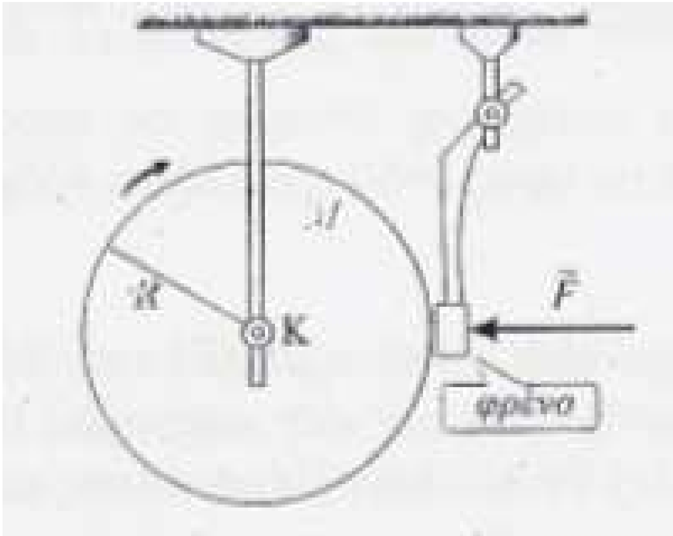
47. Ο δίσκος του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα Μ=2 kg, ακτίνα R=30 cm και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Κ και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος, χωρίς να έχουμε εφαρμόσει φρένο σε αυτόν. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στον δίσκο σταθερή ροπή μέτρου τ=0,45 N.m και διεύθυνσης ίδιας μ' αυτή του άξονα περιστροφής, με αποτέλεσμα ν' αρχίσει να περιστρέφεται σύμφωνα με την φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Τη χρονική στιγμή t_1=8 s, χωρίς να καταργήσουμε τη ροπή $\vec{\tau}$, εξασκούμε στο φρένο σταθερή δύναμη μέτρου F=4,5 N, όπως φαίνεται στο σχήμα, με αποτέλεσμα ο δίσκος ν' αρχίσει να επιβραδύνεται. Τελικά ο δίσκος σταματά αφού εκτελέσει (100/π) περιστροφές από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται. Να υπολογίσετε:

α. τη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1,

β. το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης του δίσκου,

γ. το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ δίσκου και φρένου,

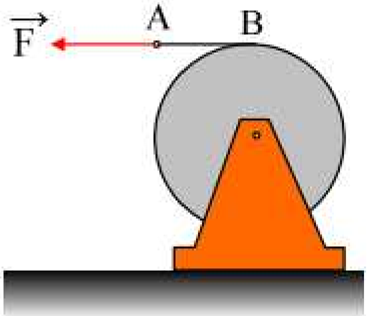
δ. ποιος θα έπρεπε να είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δίσκου και φρένου, ώστε ο δίσκος να σταματήσει τελικά τη χρονική στιγμή $t_2=2.t_1$.



Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του υπολογίζεται από την σχέση: $I=\frac{1}{2}.M.R^2$.

(Απ.: 40 rad/s, 4 rad/s^2, 0,6, 2/3)

48. Ο τροχός του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα m=1kg και ακτίνας R=0,4m, μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Κ.



Ο άξονας στηρίζεται σε βάση, η οποία είναι τοποθετημένη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η βάση μαζί με τον άξονα και τα στηρίγματα έχουν μάζα M=9kg. Γύρω από τον τροχό είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου το τραβάμε με σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=40N. Να βρείτε:

α) Την επιτάχυνση a της βάσης.

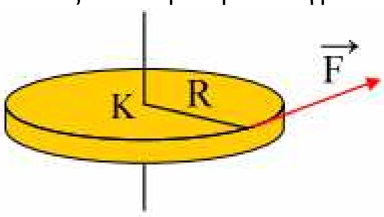
β) Την επιτάχυνση του σημείου Α, εφαρμογής της δύναμης F.

γ) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο αλλά εμφανίζει η βάση με αυτό συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2, ποια θα είναι η επιτάχυνση a της βάσης.

Δίνεται η ροπή αδράνειας για τον κύλινδρο $I=(1/2).M.R^2$.

(Απ.: 4 m/s^2, 84 m/s^2, 2 m/s^2)

49 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Ένας δίσκος μάζας Μ και ακτίνας R=0,2 m περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου, με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_o=60 rad/s. Τη χρονική στιγμή t_o=0 ασκούμε στο δίσκο δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου F=10 N, η οποία εφάπτεται συνεχώς στην περιφέρεια του δίσκου, με αποτέλεσμα ο δίσκος να σταματήσει στιγμιαία τη χρονική στιγμή t_1=10 s.



Να υπολογίσετε:

α) Το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

β) Να σχεδιάστε τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου τη χρονική στιγμή t=4s.

γ) Τη γωνία κατά την οποία στρέφεται ο δίσκος στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

δ) Τον αντίστοιχο αριθμό περιστροφών του δίσκου.

ε) Τη ροπή αδράνειας του δίσκου.

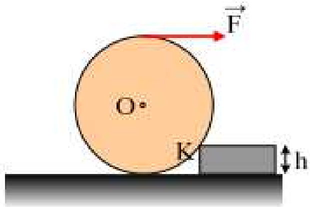
στ) Να γίνει η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=15s.

(Απ.: 6 rad/s^2, 192 rad, (96/π), 0,33 kg.m^2)

50 (YLIKONET). Γύρω από ένα κύλινδρο ακτίνας R=0,5 m και μάζας M=100 kg τυλίγεται ένα αβαρές νήμα και στο άκρο του ασκούμε οριζόντια δύναμη F=400 N με σκοπό την υπερπήδηση ενός σκαλοπατιού ύψους h=0,2 m.

α. Θα υπερπηδήσει ο κύλινδρος το σκαλοπάτι;

β. Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή των 800 N. Πόση γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει ο κύλινδρος;



γ. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου όταν έχει ανυψωθεί κατά 0,1 m από το έδαφος.
Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεων του $I = \frac{1}{2}.M.R^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2.
(Απ.: 400 N, 6,4 rad/s^2, 11,2 rad/s^2)

51. Σε ομογενή τροχό ακτίνας R=0,5 m, ο οποίος μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, ασκείται εφαπτομενική δύναμη μέτρου F=20 N για χρονικό διάστημα Δt_1=20 s. Στη συνέχεια παύει η επίδραση της $\vec{F}$, οπότε ο τροχός ακινητοποιείται, εξαιτίας των τριβών του άξονα, σε χρονικό διάστημα Δt_2=30 s. Να βρείτε την ροπή που δέχεται ο τροχός από τον άξονα περιστροφής λόγω τριβής.
(Απ.: 4 N.m)

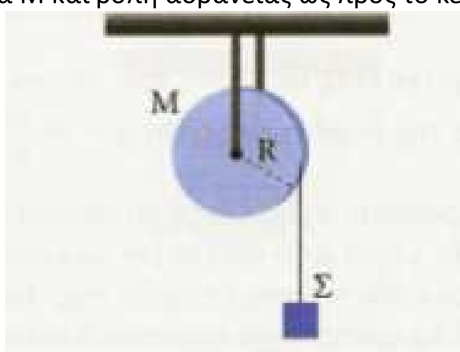
52. Ένας τροχός περιστρέφεται γύρω από τον άξονα του δεχόμενος ροπή μέτρου τ=50π N.m και σε χρόνο Δt=20 s η συχνότητα περιστροφής του μεταβάλλεται από f_1=10 Hz σε f_2=60 Hz με σταθερό ρυθμό. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του.
(Απ.: 10 kg.m^2)

53. Το σώμα της ακόλουθης εικόνας έχει μάζα M και αφήνεται ελεύθερο. Καθώς το σώμα κατεβαίνει, το νήμα που δεν γλιστράει στον τροχό, τον περιστρέφει γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του. Να υπολογίσετε:

α. Την γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

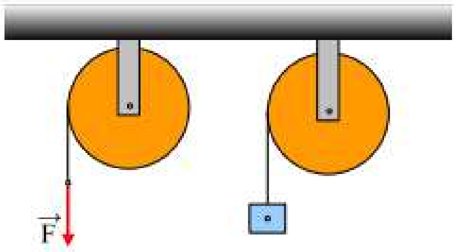
β. Την τάση του νήματος.

Ο τροχός έχει ακτίνα R, μάζα M και ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο του I_o=M.R^2.



(Απ.: $\frac{g}{2.R}, \frac{M.g}{2}$)

54 (YLIKONET). Γύρω από μια τροχαλία τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου ασκούμαι κατακόρυφη δύναμη F όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.

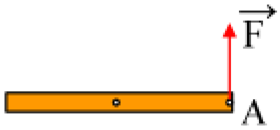


Η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=5 rad/s^2. Αν στο άκρο του νήματος δέναμε ένα σώμα βάρους W=F, η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας θα ήταν:

i) ίση με 5 rad/s^2.
ii) μικρότερη από 5 rad/s^2.
iii) μεγαλύτερη από 5 rad/s^2.

(Απ.: μικρότερη)

55 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Μια ομογενής σανίδα μήκους l=6 m και μάζας m=2 kg αφήνεται για t=0 από οριζόντια θέση να κινηθεί, ενώ μέσω νήματος ασκείται πάνω της κατακόρυφη δύναμη F=10 N, όπως στο ακόλουθο σχήμα.



Να βρεθούν για τη χρονική στιγμή t=0^+:

α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της σανίδας.
β) Η γωνιακή της επιτάχυνση.
γ) Η επιτάχυνση του σημείου Α.

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και για τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12}.m.L^2$.

(Απ.: 5 m/s^2, 10 rad/s^2, -25 m/s^2)

56. Έχουμε δύο σφαίρες (Α) και (Β) που έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα. Η σφαίρα Α είναι συμπαγής και έχει ως προς το κέντρο της ροπή αδράνειας $I_o = \frac{2}{5}m.R^2$. Η σφαίρα Β είναι κοίλη και έχει επίσης ως προς το κέντρο της ροπή αδράνειας $I_o = \frac{2}{3}m.R^2$. Οι σφαίρες αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος h, δύο όμοιων κεκλιμένων επιπέδων. Να εξετάσετε αν οι σφαίρες θα φτάσουν στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου ταυτόχρονα ή όχι αν i) οι σφαίρες κυλάνε χωρίς να γλιστράνε και αν ii) γλιστράνε χωρίς να κυλάνε.

(Απ.: Όχι, Ναι)

57. Ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R, αφήνεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ και από ύψος h. Αν ο κύλινδρος κυλάει χωρίς να ολισθαίνει να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του κέντρου Κ, όταν φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
β. Την επιτάχυνση του κέντρου Κ του κυλίνδρου.
γ. Την τριβή που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στον κύλινδρο.

Δίνεται το g και ότι I_K=(1/2).m.R^2.

(Απ.: $\sqrt{\frac{4gh}{3}}$, $\frac{2g\eta\mu\varphi}{3}$, $\frac{mg\eta\mu\varphi}{3}$)

58. Ο Γαλιλαίος για να μετρήσει την επιτάχυνση της βαρύτητας πραγματοποίησε το εξής πείραμα. Άφησε μια σφαίρα μάζας m και ακτίνας R να κυλήσει χωρίς να γλιστράει πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=20° και μέτρησε τον χρόνο που χρειαζόταν η σφαίρα για να μετακινηθεί κατά διάστημα s=3 m. Αν ο χρόνος που μέτρησε ο Γαλιλαίος ήταν t=1,6 s, ποια νομίζετε ότι ήταν η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας που βρήκε;

Δίνεται για την ροπή αδράνειας της σφαίρας I=$\frac{2}{5}m.R^2$.

(Απ.: 9,59 m/s^2)

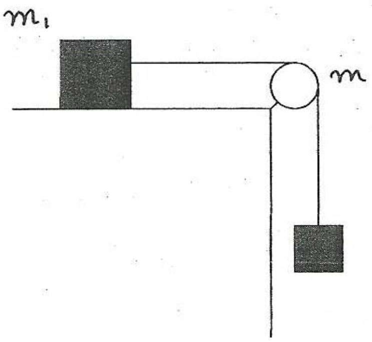
59. Το σώμα μάζας m_1=2 kg ηρεμεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Το σώμα αυτό είναι δεμένο με αβαρές νήμα που περνά από μια τροχαλία ακτίνας R=10 cm και μάζας m=2 kg. Στο άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σώμα μάζας m_2=3 kg. Αν αφήσουμε το σώμα μάζας m_2 ελεύθερο, να βρείτε:

α. Την επιτάχυνση κάθε σώματος.

β. Τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

γ. Τις τάσεις του νήματος.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της I=$\frac{1}{2}m.R^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας g=10 m/s^2. Το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.



(Απ.: $\frac{10}{3}\mathbf{m/s^2}$, $\frac{100}{3}\mathbf{rad/s^2}$, $\frac{50}{3}\mathbf{N} - \mathbf{20N}$)

60. Ομογενής κύλινδρος ακτίνας R=0,2 m και μάζας M=8 kg μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον γεωμετρικό του άξονα. Στον κύλινδρο τυλίγεται ένα αβαρές σχοινί, το ένα άκρο του οποίου στερεώνεται στον κύλινδρο, ενώ στο άλλο άκρο κρεμάμε σώμα μάζας m=1 kg. Τη χρονική στιγμή t_o=0 αφήνουμε το σώμα μάζας m ελεύθερο. Να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.

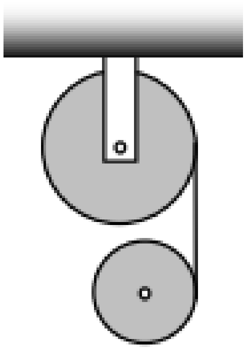
β. Τη γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1=2 s.

γ. Το ύψος h που θα κατέβει το σώμα στο χρονικό διάστημα των δύο πρώτων δευτερολέπτων.

Δίνονται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του I=$\frac{1}{2}MR^2$ και g=10 m/s^2.

(Απ.: 10 rad/s^2, 20 rad/s, 4 m)

61 (ΜΑΡΓΑΡΗΣ). Η μεγάλη τροχαλία του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=3 kg και ακτίνα R=0,2 m και κρέμεται από σταθερό σημείο. Η μικρή τροχαλία έχει μάζα m=1 kg και ακτίνα r=0,1 m και για t=0 αφήνεται και πέφτει κατακόρυφα καθώς το αβαρές νήμα ξετυλίγεται και από τις δύο τροχαλίες.



Να βρεθούν:

α) Οι γωνιακές επιταχύνσεις των δύο τροχαλιών,

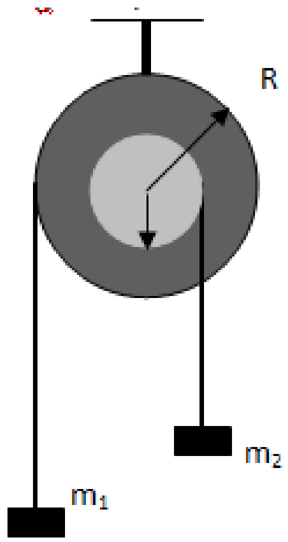
β) η τάση του νήματος και

γ) η ταχύτητα της μικρής τροχαλίας την χρονική στιγμή t_1 =11s.

Οι τροχαλίες θεωρούνται κυλινδρικά σώματα με ροπή αδράνειας $I = \frac{1}{2}.m.R^2$, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται από τη σχέση g=10m/s^2.

(Απ.: (10/11) rad/s^2, (60/11) rad/s^2, (8/11) N, 8 m/s)

62. Η διάταξη του ακόλουθου σχήματος είναι μια διπλή τροχαλία, η οποία αποτελείται από δύο τροχαλίες που έχουν κοινό άξονα. Η μικρή τροχαλία έχει ακτίνα r=0,1 m, ενώ η μεγάλη έχει R=0,2 m. Η συνολική ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι I=0,92 kg.m^2. Γύρω από κάθε τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί. Στα ελεύθερα άκρα των δύο σχοινιών είναι δεμένα, όπως στο σχήμα, σώματα με μάζες m_1=1 kg και m_2=4 kg. Κάποια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας και τις επιταχύνσεις των σωμάτων.
Δίνεται g=10 m/s^2.



(Απ.: 2 rad/s^2, 0,4 m/s^2, 0,2 m/s^2)

63. Μία κατακόρυφη ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους L=1 m, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από έναν οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της Α. Αν από την οριζόντια θέση αφήσουμε την ράβδο ελεύθερη, να βρείτε:

α. Την γωνιακή επιτάχυνσή της τη στιγμή που την αφήνουμε ελεύθερη.

β. Τον ρυθμό αύξησης της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου στη θέση όπου αυτή έχει στραφεί κατά γωνία φ=60°.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=(1/12).M.l^2$ και g=10 m/s^2.

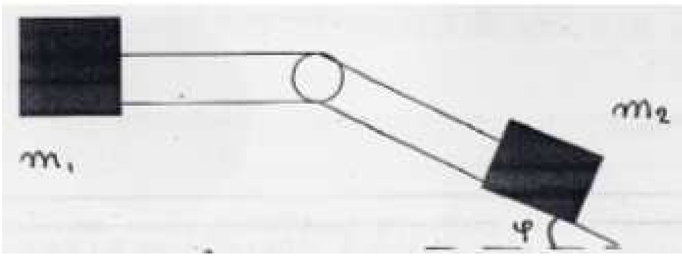
(Απ.: 15 rad/s^2, 7,5 rad/s^2)

64. Η τροχαλία του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα Μ=4 kg και ακτίνα R=0,1 m. Τα σώματα έχουν μάζες m_1=2 kg και m_2=4 kg και είναι δεμένα στα άκρα του αβαρούς σχοινιού που περνά από το αυλάκι της τροχαλίας. Αν τα επίπεδα είναι λεία, φ=30° και αφήσουμε τα σώματα ελεύθερα, να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

β. Τις τάσεις του σχοινιού.

γ. Να απαντήσετε στα παραπάνω ερωτήματα αν μεταξύ νήματος και σώματος μάζας m_1 υπάρχει συντελεστής τριβής ολίσθησης μ=0,1.



Δίνεται ότι η ροπή αδρανείας της τροχαλίας, ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτήν είναι $I_{cm}=(1/2).MR^2$ και g=10 m/s^2. Θεωρούμε ότι το σχοινί δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας και ότι δεν υπάρχουν τριβές στον άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

(Απ.: 2,5 m/s^2, 10 N,……………………………)

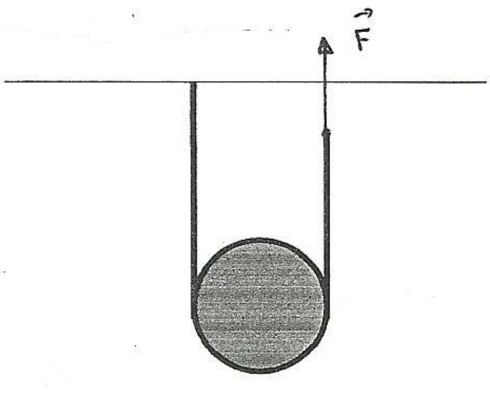
65. Τραβώντας το σχοινί με δύναμη $\vec{F}$ ο δίσκος του σχήματος, μάζας m=1kg, ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ=2 m/s. Αν το σχοινί είναι αβαρές, να βρείτε:

α. Τη γωνιακή επιτάχυνση.

β. Τη δύναμη $\vec{F}$.

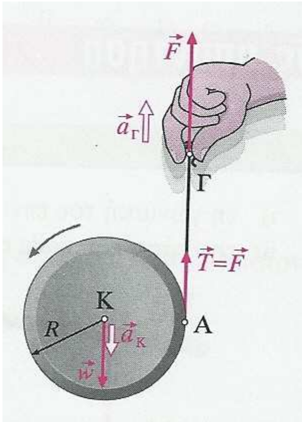
γ. Την ταχύτητα του σημείου εφαρμογής Α της δύναμης $\vec{F}$.

Δίνεται g=10 m/s^2.



(Απ.: 0, 5 N, 4 m/s)

66 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Ο ομογενής κύλινδρος του ακόλουθου σχήματος, μάζας m και ακτίνας R, είναι τυλιγμένος με αβαρές σχοινί, στο ελεύθερο άκρο του οποίου εφαρμόζεται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$.



Να βρείτε τη δύναμη $\vec{F}$, την γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου και την επιτάχυνση του σημείου εφαρμογής Γ της δύναμης στις περιπτώσεις που ο άξονας του κυλίνδρου:

α. κατεβαίνει με επιτάχυνση $α_κ$=2.g/3,

β. κατεβαίνει με επιτάχυνση $α_κ$=g/3,

γ. είναι ακίνητος,

δ. ανεβαίνει με επιτάχυνση $α_κ$=g/3.

Δίνονται για τον κύλινδρο $I_{cm} = (1/2).m.R^2$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

(Απ.: $\frac{mg}{3}$, $\frac{2g}{3R}$, 0, $\frac{2mg}{3}$, $\frac{4g}{3R}$, g, mg, $\frac{2g}{R}$, 2g, $\frac{4mg}{3}$, $\frac{8g}{3R}$, 3g)

67. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα ακτίνας R και μάζας m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ. Να βρείτε:

α. Την επιτάχυνση a_{cm} του κέντρου μάζας της σφαίρας.

β. Την ταχύτητα $υ_{cm}$ του κέντρου μάζας της σφαίρας και την γωνιακή της ταχύτητα όταν θα έχει διανύσει διάστημα s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{2}{5}m.R^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$.

(Απ.: $\frac{5}{7}$g.ημφ , $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{10}{7}.g.s.ημφ}$)

68 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Μια σφαίρα κι ένας κύλινδρος αφήνονται στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ και κυλάνε χωρίς να ολισθαίνουν.

α. Να βρείτε τις επιταχύνσεις των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων.

β. Να συγκρίνετε τους χρόνους κίνησης και τις τελικές ταχύτητες των σωμάτων όταν φτάσουν στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται για τη σφαίρα $I_{cm}=\frac{2}{5}m_1 R_1^2$ και για τον κύλινδρο $I_{cm}=\frac{1}{2}.m_2.R_2^2$, όπου m_1, R_1 η μάζα και η ακτίνα της σφαίρας και m_2, R_2 η μάζα και η ακτίνα του κυλίνδρου. Τα σώματα θεωρούνται συμπαγή και ομογενή.

(Απ.: $\frac{5}{7}$g.ημφ - $\frac{2}{3}$g.ημφ , $t_{σφ}<t_{κυλ}$, $υ_{σφ}>υ_{κυλ}$)