

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup>

### ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

#### A. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

**1 (SERWAY).** Ένα κρεβάτι νερού σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, έχει διαστάσεις  $2,0 \times 2,0 \times 30 \text{ m}^3$ . Αν το νερό έχει πυκνότητα  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$  να βρείτε:

- Το βάρος του στρώματος.
- Την πίεση που ασκεί το κρεβάτι στο πάτωμα αν τοποθετηθεί με την μεγάλη του διάσταση πάνω σε αυτό.
- Την πίεση που ασκεί το κρεβάτι στο πάτωμα αν τοποθετηθεί με την μικρή του διάσταση πάνω σε αυτό.

(Απ.:  $1,18 \cdot 10^4 \text{ N}$ ,  $2,95 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ ,  $1,96 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ )

**2 (SERWAY).** Αν γνωρίζουμε ότι το νερό της βρύσης έχει πυκνότητα  $\rho_{\text{νερ}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$ , το νερό της θάλασσας  $\rho_{\text{θαλ}} = 1,024 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  και ο πάγος  $0,917 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  να βρείτε:

- Όταν ένα παγάκι επιπλέει στο νερό ποιο ποσοστό του βρίσκεται έξω από το νερό;
- Όταν ένα παγόβουνο επιπλέει στην θάλασσα ποιο ποσοστό του βρίσκεται μέσα στην θάλασσα;

(Απ.: 8,3%, 89,6%)

**3 (SERWAY).** Ένας βάτραχος βρίσκεται μέσα σε ημισφαιρικό κύπελλο, το οποίο μόλις επιπλέει στην επιφάνεια θάλασσας χωρίς να βυθίζεται, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν το θαλασσινό νερό έχει πυκνότητα  $1,35 \text{ g/cm}^3$  και το κύπελλο έχει ακτίνα  $6 \text{ cm}$  και αμελητέα μάζα, ποια είναι η μάζα του βατράχου;

(Απ.:  $0,611 \text{ kg}$ )

**4.** Ένα μεταλλικό στρώμα μάζας  $20 \text{ kg}$  και διαστάσεων  $24 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  είναι αναρτημένο από δυναμόμετρο και βυθίζεται σε νερό πυκνότητας  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Η διάσταση των  $24 \text{ cm}$  είναι κατακόρυφη και η επάνω επιφάνεια του στρώματος απέχει  $10 \text{ cm}$  από την επιφάνεια του νερού.

- Ποιες είναι οι δυνάμεις στην επάνω και την κάτω επιφάνεια του στρώματος;
- Ποια είναι η ένδειξη του δυναμόμετρου;
- Αποδείξτε ότι η άνωση ισούται με την διαφορά των δυνάμεων στην κάτω και την πάνω επιφάνεια του στρώματος.

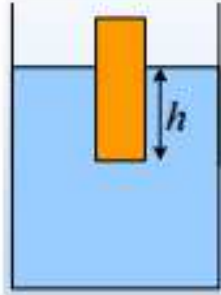
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και η ατμοσφαιρική πίεση  $P_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{ Pa}$ .

(Απ.:  $172 \text{ N}$ )

5. Ποιος νομίζεται ότι ασκεί μεγαλύτερη πίεση στο έδαφος; Μια γυναίκα μάζας 50 kg που φορά ψιλοτάκουνες γόβες εμβαδού επαφής με το έδαφος  $1 \text{ cm}^2$  η καθεμιά ή ένας ελέφαντας μάζας 10 tn, του οποίου το κάθε πέλμα έχει εμβαδόν  $250 \text{ cm}^2$ ; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Απ.: Η γυναίκα ασκεί μεγαλύτερη πίεση)

6. (ΥΛΙΚΟΝΕΤ) Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο βάρους  $W=10 \text{ N}$ , ισορροπεί βυθισμένο σε νερό πυκνότητας  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν το εμβαδόν της βάσης είναι  $A=100 \text{ cm}^2$ , να βρεθεί το ύψος  $h$  που είναι βυθισμένο στο νερό. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: 0,1 m)

### B. ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ – ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL

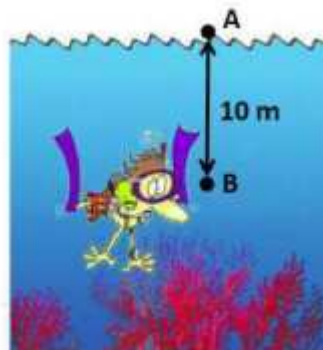
7 (SERWAY). Ένα βαθυσκάφος βρίσκεται βυθισμένο στον ωκεανό σε βάθος 1000m. Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι  $P_{\text{atm}}=1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , το νερό έχει πυκνότητα  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=9,80 \text{ m/s}^2$  να βρείτε:

α. Την πίεση στο βάθος των 1000 m.

β. Την ολική δύναμη που δέχεται ένα παράθυρο του βαθυσκάφους διαμέτρου 30cm στο συγκεκριμένο βάθος.

(Απ.:  $9,90 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ,  $7,00 \cdot 10^5 \text{ N}$ )

8. Στο ακόλουθο σχήμα, ο δύτες κολυμπά σε βάθος  $h=10 \text{ m}$ . Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι  $P_{\text{atm}}=10^5 \text{ N/m}^2$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10 \text{ m/s}^2$  και η πυκνότητα του νερού είναι  $\rho=1020 \text{ kg/m}^3$  να βρείτε:



α. Την πίεση στο σημείο A.

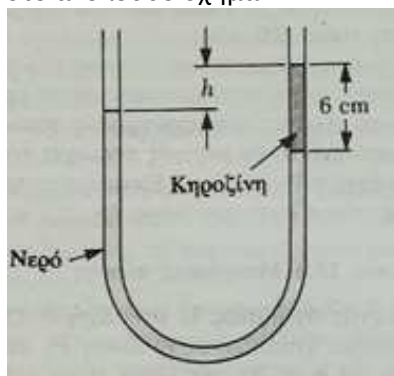
β. Την υδροστατική πίεση στο σημείο B.

γ. Την πίεση στο σημείο B.

δ. Την δύναμη της άνωσης που δέχεται ο δύτες αν ο όγκος του είναι 20 L.

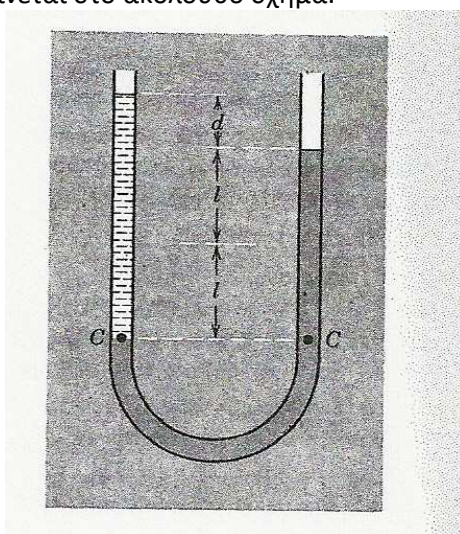
(Απ.:  $10^5 \text{ Pa}$ ,  $1,02 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $2,02 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , 204 N)

**9 (SERWAY).** Ένας απλός σωλήνας σχήματος U που είναι ανοικτός και στα δύο άκρα του, περιέχει στο αριστερό του σκέλος νερό με πυκνότητα  $10^3 \text{ kg/m}^3$  και στο δεξί του σκέλος νερό αλλά και κηροζίνη με πυκνότητα  $0,82 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Η στήλη της κηροζίνης έχει ύψος 6 cm, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν τα δύο υγρά θεωρήσουμε ότι δεν ανακατεύονται, ποια η διαφορά  $h$  των ελεύθερων επιφανειών των δύο υγρών; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .  
**(Απ.: 1,08 cm)**

**10. (HALLIDAY-RESNICK).** Ένας σωλήνας σχήματος U γεμίζεται μερικώς με νερό. Ένα άλλο υγρό, που δεν ανακατεύεται με το νερό, προσθέτετε στο άλλο σκέλος μέχρι να φτάσει σε ύψος  $d$  πάνω από το επίπεδο του νερού στο πρώτο σκέλος, που στο μεταξύ έχει ανέβει κατά  $l$ , όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Βρείτε την σχετική πυκνότητα του υγρού, δηλαδή τον λόγο της πυκνότητάς του  $\rho_2$  προς την πυκνότητα  $\rho_1$  του νερού.

**(Απ.:  $\frac{2 \cdot l}{(2l + d)}$ )**

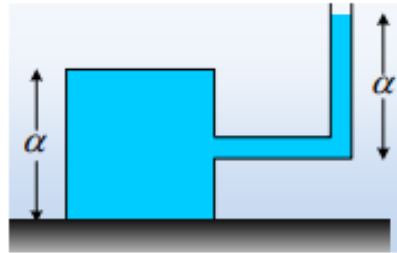
**11. (HALLIDAY-RESNICK).** Θεωρήστε ένα δοχείο με ρευστό που δέχεται κατακόρυφη προς τα πάνω επιτάχυνση  $a$ .

i) Δείξτε ότι η μεταβολή της πίεσης με το βάθος στο ρευστό δίνεται από την σχέση  $P = \rho \cdot h \cdot (g + a)$ , όπου  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού,  $h$  το βάθος και  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

ii) Δείξτε ότι αν επιτάχυνση του ρευστού είναι σταθερή και με κατεύθυνση προς τα κάτω, η σχέση παίρνει την μορφή  $P = \rho \cdot h \cdot (g - a)$ .

iii) Ποια η κατάσταση αν το ρευστό κάνει ελεύθερη πτώση;

**12 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Το δοχείο κυβικού σχήματος πλευράς  $a=2\text{ m}$  είναι γεμάτο με νερό και ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Στο μέσον της μιας έδρας του υπάρχει σωλήνας, όπου το νερό φτάνει σε ύψος επίσης  $a$ .

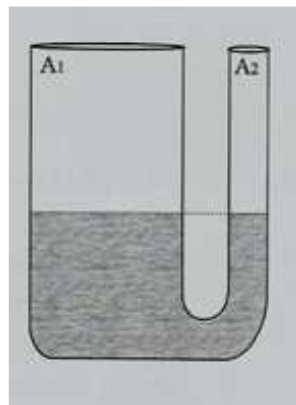
α. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω και κάτω έδρα του κύβου, αν  $g=10\text{m/s}^2$ ,  $p_{\text{at}}=10^5\text{ N/m}^2$  και  $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ .

β. Τοποθετούμε αβαρές έμβολο στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού, φράζοντας τον σωλήνα. Αν το εμβαδόν του σωλήνα είναι  $A_1=10\text{ cm}^2$  και ασκήσουμε στο έμβολο μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου  $F=20\text{N}$ , να βρεθεί ξανά η δύναμη στις παραπάνω έδρες του δοχείου.

(Απ.:  $4,4 \cdot 10^5\text{ N}$ ,  $5,2 \cdot 10^5\text{ N}$ ,  $5,2 \cdot 10^5\text{ N}$ ,  $6 \cdot 10^5\text{ N}$ )

### Γ. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΡΕΥΣΤΩΝ – ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ – ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

**13 (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ).** Το δοχείο του ακόλουθου σχήματος αποτελείται από δύο σκέλη με διατομές που συνδέονται με τη σχέση  $A_1=5 \cdot A_2$  και περιέχει υδράργυρο πυκνότητας  $\rho=13,6\text{ g/cm}^3$ . Στο σκέλος με την μεγάλη διατομή προσαρμόζουμε έμβολο και ασκώντας κατάλληλη δύναμη μετατοπίζουμε τη στάθμη του υγρού προς τα κάτω κατά  $y_1=5\text{cm}$ .



α. Να βρεθεί πόσο θα ανέβει η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο σκέλος με την μικρή διατομή.

β. Να βρεθεί η πίεση που ασκείται από το υγρό στο έμβολο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{ m/s}^2$  και η ατμοσφαιρική πίεση  $P_{\text{atm}}=10^5\text{ Pa}$ .

(Απ.:  $25\text{ cm}$ ,  $1,408 \cdot 10^5\text{ Pa}$ )

**14.** Σε έναν οριζόντιο πυροσβεστικό σωλήνα διαμέτρου  $6,35\text{ cm}$  ρέει νερό με παροχή  $0,012\text{ m}^3/\text{s}$ . Ο σωλήνας καταλήγει σε ένα ακροφύσιο εσωτερικής διαμέτρου  $2,2\text{cm}$ . Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία εκτοξεύεται το νερό από το ακροφύσιο;

(Απ.:  $31,6\text{ m/s}$ )

**15.** Η παροχή του νερού σε έναν οριζόντιο σωλήνα είναι  $120\text{ L/min}$ . Αν η διάμετρος του σωλήνα είναι μεταβλητή να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του νερού σε σημείο που η διάμετρος του σωλήνα είναι 1 cm και σε σημείο που είναι 2 cm.

β. Πόσος χρόνος απαιτείται για να γεμίσει μια δεξαμενή χωρητικότητας 24 m<sup>3</sup>.

γ. Αν υποθέσουμε ότι ο οριζόντιος σωλήνας έχει διάμετρο 1 cm και δεν καταλήγει σε δεξαμενή αλλά είναι ανοικτός σε ύψος 1,8 m από το έδαφος, να βρείτε την οριζόντια απόσταση που εκτοξεύεται το νερό, δηλαδή την οριζόντια απόσταση που φτάνει το νερό, μέχρι να συναντήσει το έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: 25,5 m/s και 6,37 m/s, 200 min, 15,3 s)

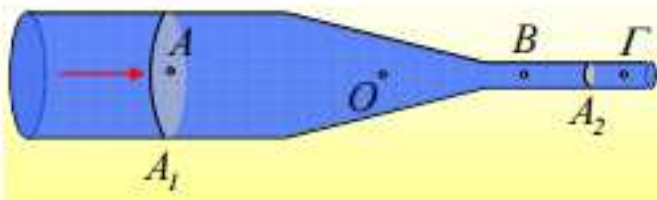
16. Χρησιμοποιούμε λαστιχένιο σωλήνα διαμέτρου 2 cm για να γεμίσουμε με νερό έναν κουβά χωρητικότητας 40 L.

α. Εάν χρειαζόμαστε 1 min για να γεμίσουμε τον κουβά, με τι μέτρο ταχύτητας εξέρχεται το νερό από τον σωλήνα;

β. Εάν η διάμετρος του σωλήνα μειωθεί στο 1 cm, βρείτε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εξέρχεται το νερό από τον σωλήνα, εάν δεν μεταβληθεί η παροχή.

(Απ.: 2,12 m/s, 8,96 m/s)

17 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζεται ένα τμήμα ενός οριζόντιου σωλήνα, εντός του οποίου έχουμε μια στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού, σταθερής παροχής.



i) Για τις ταχύτητες ροής στα σημεία A, B και Γ τι από τα παρακάτω ισχύει:

α)  $u_A = u_B = u_\Gamma$ ,

β)  $u_A > u_B > u_\Gamma$ ,

γ)  $u_A < u_B = u_\Gamma$ .

ii) Ένα σωματίο ρευστού κατά την κίνησή του από το σημείο B στο σημείο Γ επιταχύνεται ή όχι;

iii) Για να μπορεί να υπάρχει η ροή αυτή, θα πρέπει  $\rho_A = \rho_\Gamma$ . Ναι ή όχι;

iv) Αν για τις δυο διατομές  $A_1$  και  $A_2$  του σχήματος ισχύει ότι  $A_1 = 20 \cdot A_2$  και η ταχύτητα ροής στο σημείο B είναι  $u_B = 2 \text{ m/s}$ , να βρεθεί η ταχύτητα του υγρού στο σημείο A.

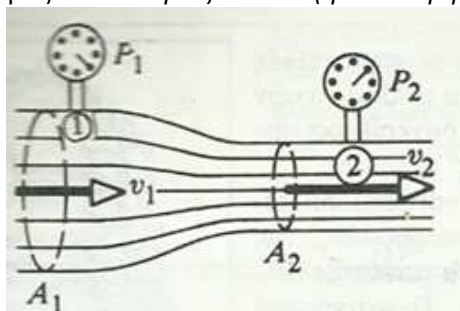
iv) Ένα σωματίο ρευστού στη θέση O επιταχύνεται ή όχι; Αν ναι πού οφείλεται η επιτάχυνσή του;

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

(Απ.: 0,1 m/s)

#### Δ. ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΡΕΥΣΤΩΝ – ΕΞΙΣΩΣΗ BERNOULLI

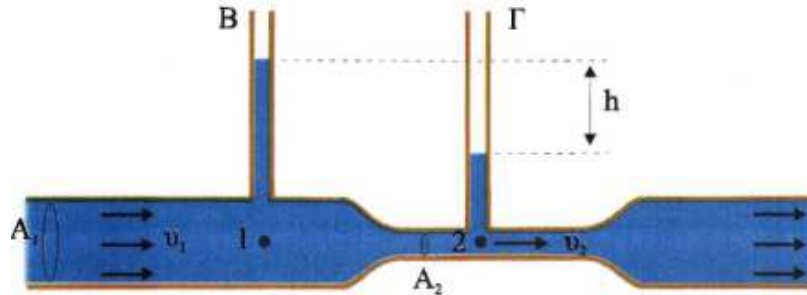
18. (SERWAY 15.8) Σωλήνας Venturi: Ο στενός οριζόντιος σωλήνας που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα ονομάζεται σωλήνας Venturi (ή βεντουρίμετρο).



Αν είναι γνωστή η διαφορά πίεσης  $P_1 - P_2$ , η πυκνότητα  $\rho$  του υγρού και τα εμβαδά διατομής του σωλήνα  $A_1$  και  $A_2$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι η ταχύτητα του υγρού  $v_2$  δίνεται από την σχέση:

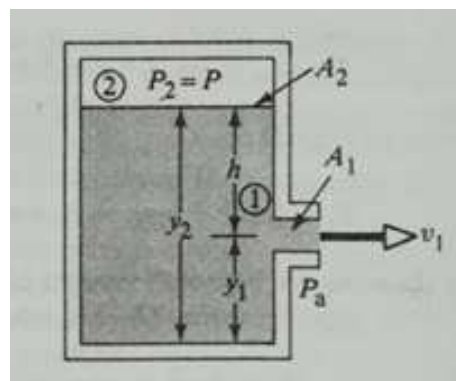
$$v_2 = A_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho \cdot (A_1^2 - A_2^2)}}$$

19. Στον οριζόντιο σωλήνα Venturi του ακόλουθου σχήματος, οι κατακόρυφοι σωλήνες Β και Γ είναι ανοικτοί, με το νερό να βρίσκεται  $h=5\text{cm}$  χαμηλότερα στον σωλήνα Γ. Οι διατομές στον οριζόντιο σωλήνα είναι ίσες με  $A_1=20\text{ cm}^2$  και  $A_2=5\text{ cm}^2$ . Η πυκνότητα του νερού είναι  $\rho=1000\text{kg/m}^3$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10\text{ m/s}^2$ .



- Να βρείτε την ταχύτητα του υγρού στα σημεία 1 και 2 του σωλήνα.
- Να βρείτε την παροχή του σωλήνα στα σημεία 1 και 2.
- Να βρείτε την πίεση στο κάτω μέρος του κατακόρυφου σωλήνα Γ, αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι  $P_{\text{atm}}=10^5\text{ Pa}$  και το ύψος του νερού στον σωλήνα Β είναι  $20\text{ cm}$ .  
**(Απ.:  $0,26\text{ m/s}$ ,  $1,04\text{ m/s}$ ,  $0,52\text{ L/s}$ ,  $1,015 \cdot 10^5\text{ Pa}$ )**

20. (SERWAY) Ένα δοχείο όπως αυτό που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα περιέχει υγρό πυκνότητας  $\rho$ , είναι κλειστό στο πάνω μέρος του διατηρώντας σταθερή πίεση  $P$ , ενώ σε ένα σημείο της πλευρικής του επιφάνειας έχουμε ανοίξει μία οπή σε ύψος  $y_1$  από το έδαφος.



Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι  $P_{\text{atm}}$ , να αποδείξετε ότι η ταχύτητα εκροής του υγρού από την πλευρική οπή, την χρονική στιγμή που βρίσκεται υγρό μέσα στο δοχείο σε ύψος  $h$  πάνω από την οπή, δίνεται από την σχέση:

$$v_1 = \sqrt{2gh + \frac{2 \cdot (P - P_{\text{atm}})}{\rho}}$$

Τι μορφή παίρνει η παραπάνω αν το δοχείο είναι ανοικτό από πάνω;

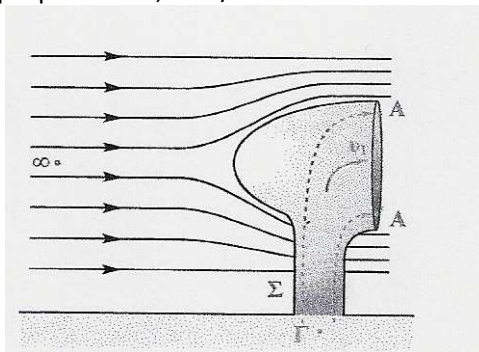
**(Απ.:  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$  - Θεώρημα Torricelli)**

21. Σε μια μεγάλη ανοικτή δεξαμενή με νερό, δημιουργείται μια μικρή οπή σε μια πλευρική επιφάνεια, σε ένα σημείο που απέχει από την επιφάνεια του νερού 20 m. Η παροχή του νερού από την τρύπα εκείνη την στιγμή είναι 0,12 m<sup>3</sup>/min. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10 \text{ m/s}^2$ . Να βρείτε:

- Την ταχύτητα εκροής του νερού.
- Την διάμετρο της τρύπας.

(Απ.: 20 m/s, 1,13 cm)

22 (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ). Στο ακόλουθο σχήμα φαίνεται ο εξαεριστήρας ενός πλοίου. Ο κατακόρυφος σωλήνας έχει εμβαδόν  $\frac{1,2}{\sqrt{21}} \text{ m}^2$  στην έξοδό του και φέρνει αέρα από το εσωτερικό του πλοίου προς την ανοικτή ατμόσφαιρα. Το πλοίο ταξιδεύει με ταχύτητα 36 km/h αλλά λόγω στένωσης των ρευματικών γραμμών, η ρευματική ταχύτητα γύρω από τον εξαεριστήρα γίνεται 39,6 km/h.



- Να βρεθεί η διαφορά πίεσης μεταξύ του σημείου  $\infty$  και του σημείου A.
- Να βρεθεί η διαφορά πίεσης μεταξύ εσωτερικού χώρου του πλοίου και των σημείων A.

γ. Αν ο αεραγωγός αυτός ανανεώνει τον αέρα σε 24 καμπίνες που η καθεμία έχει όγκο 10 m<sup>3</sup>, να βρεθεί κάθε πότε ανανεώνεται πλήρως ο αέρας κάθε καμπίνας.

Δίνεται η πυκνότητα του αέρα  $\rho=1,25 \text{ kg/m}^3$ .

(Απ.: 13,125 N/m<sup>2</sup>, 13,125 N/m<sup>2</sup>, 200 s)

23. Σε μια μεγάλη κλειστή δεξαμενή με νερό, δημιουργείται μια μικρή οπή σε μια πλευρική επιφάνεια, σε ένα σημείο που απέχει από την επιφάνεια του νερού 20 m. Η πίεση στο εσωτερικό της δεξαμενής είναι σταθερή και ίση με  $P=2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ενώ η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με  $P_{\text{atm}}=10^5 \text{ Pa}$ . Η παροχή του νερού από την τρύπα την στιγμή  $t=0$  που ανοίγει η τρύπα είναι  $\sqrt{6} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$ , ενώ η πυκνότητά του είναι  $\rho=1 \text{ kg/L}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10 \text{ m/s}^2$ . Να βρείτε:

- Την ταχύτητα εκροής του νερού.
- Την ακτίνα της τρύπας.

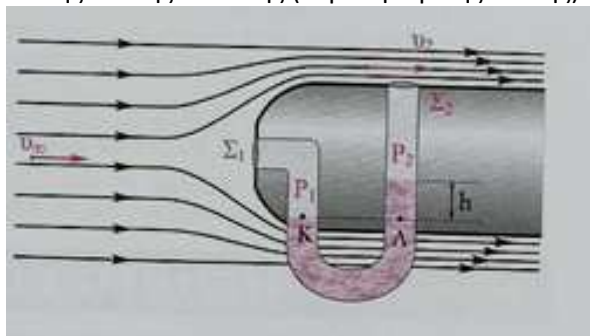
γ. Την οριζόντια απόσταση από την βάση της δεξαμενής που φτάνει το νερό αν η οπή βρίσκεται 20 m πάνω από την βάση της δεξαμενής και το νερό εκτοξεύεται οριζόντια.

(Απ.: 20 m/s, 0,56 cm,  $20\sqrt{6} \text{ m/s}$ )

24. Καθεμιά πτέρυγα ενός αεροπλάνου έχει εμβαδόν 30 m<sup>2</sup>. Το αεροπλάνο πετάει οριζόντια με σταθερή ταχύτητα σε ύψος όπου η πυκνότητα του αέρα είναι 1 kg/m<sup>3</sup>. Η ταχύτητα του αέρα είναι 50 m/s στην κάτω πλευρά της κάθε πτέρυγας και 70 m/s στην πάνω πλευρά της. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10 \text{ m/s}^2$  να βρείτε την μάζα του αεροπλάνου. Να θεωρήσετε ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν υγρό και ισχύει η εξίσωση του Bernoulli.

(Απ.: 7200 kg)

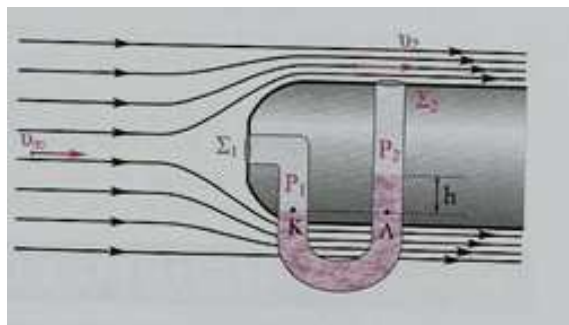
**25 (SERWAY).** Ένας σωλήνας Pitot (βλέπε το σχήμα που ακολουθεί) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μέτρηση της ταχύτητας ροής του αέρα, μετρώντας την διαφορά μεταξύ της ολικής πίεσης και της στατικής (ατμοσφαιρικής πίεσης).



Αν το υγρό στον σωλήνα είναι υδράργυρος με πυκνότητα  $\rho_{\text{υδρ}}=13.600 \text{ kg/m}^3$  και  $\Delta h=5\text{cm}$ , βρείτε την ταχύτητα της ροής του αέρα. Υποθέστε ότι στην θέση A η ταχύτητα του αέρα είναι μηδέν, ενώ η πυκνότητα του αέρα είναι  $\rho_{\text{αερ}}=1,25 \text{ kg/m}^3$ . Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση  $P_{\text{ατμ}}=10^5 \text{ N/m}^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .  
**(Απ.: 103 m/s)**

**26.** Μια μεγάλη δεξαμενή είναι γεμάτη με νερό μέχρι ύψους  $h_0=72 \text{ cm}$ . Η δεξαμενή έχει άνοιγμα προς την ατμόσφαιρα. Ανοίγουμε μία τρύπα σε ύψος  $h=18 \text{ cm}$  από την βάση της δεξαμενής. Σε πόση οριζόντια απόσταση από την βάση της δεξαμενής θα συναντήσει το νερό (δηλαδή η φλέβα νερού που εκτοξεύεται από την τρύπα) το έδαφος;  
**(Απ.:  $0,36\sqrt{3} \text{ cm}$ )**

**27 (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ).** Ο σωλήνας Pitot που εικονίζεται ακολούθως, είναι προσαρμοσμένος στο φτερό ενός αεροπλάνου και χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ταχύτητάς του.



α. Να υπολογιστεί η διαφορά των πιέσεων  $P_1-P_2$  μεταξύ των σημείων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Τι αντιπροσωπεύει αυτή η διαφορά;

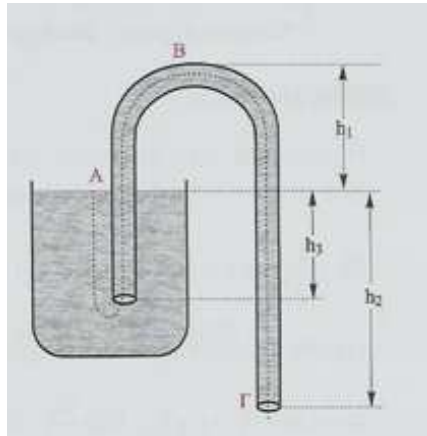
β. Να βρεθεί η ταχύτητα του αεροπλάνου αν το υγρό του μανομέτρου είναι νερό και η διαφορά ύψους στους δύο σωλήνες είναι 26 cm. Δίνονται οι πυκνότητες του αέρα  $\rho_{\text{νερού}}=1000 \text{ kg/m}^3$  και του αέρα  $\rho_{\text{αέρα}}=1,3 \text{ kg/m}^3$ .

**(Απ.:  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$ , 227,7 km/h)**

**28 (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ).** Οι σίφωνες είναι διατάξεις άντλησης υγρών από δοχεία που δεν μπορούν να αναποδογυρίσουν και στηρίζουν την λειτουργία τους στις ελκτικές δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των μορίων των υγρών. Ο σίφωνας του ακόλουθου σχήματος ανέρχεται σε ύψος  $h_1$  πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και εκρέει σε



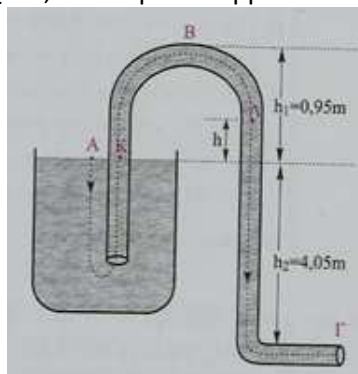
βάθος  $h_2$  κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Αν η πυκνότητα του υγρού είναι  $\rho$  να βρεθούν:



- Με ποια ταχύτητα εκρέει το νερό από το άκρο Γ του σωλήνα;
- Πόση είναι η πίεση του υγρού στο ψηλότερο σημείο της διαδρομής;

(Απ.:  $\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}$ ,  $P_{\text{ατμ}} - \rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2)$ )

**29\* (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ).** Ο σίφωνας του ακόλουθου σχήματος απορροφά νερό πυκνότητας  $\rho_{\text{νερού}}=1000 \text{ kg/m}^3$ . Ο σωλήνας είναι ομοιόμορφος και έχει επιφάνεια διατομής  $4 \text{ cm}^2$ . Η δεξαμενή περιέχει  $3,6 \text{ m}^3$  νερό. Να βρείτε:

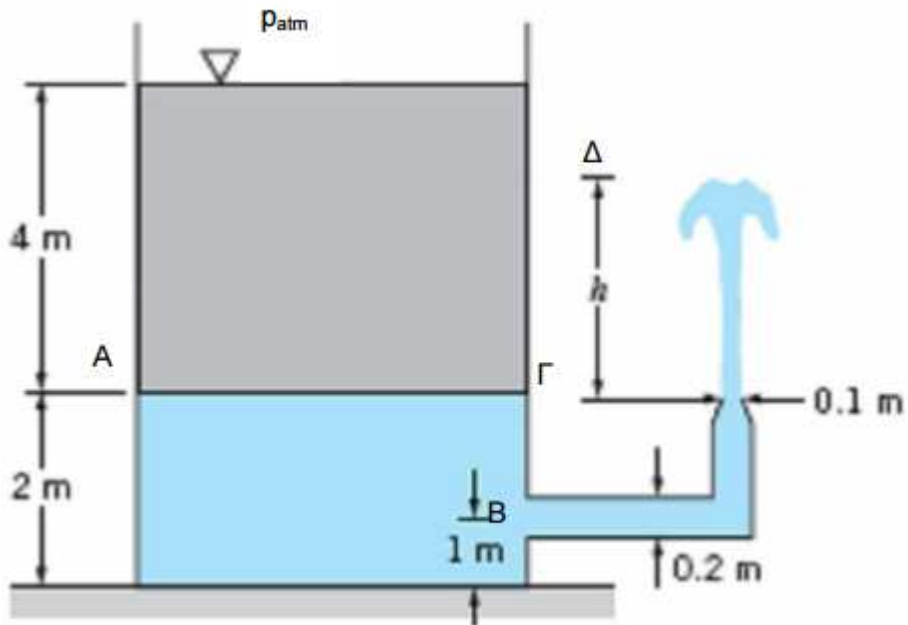


- την ταχύτητα εκροής του νερού από το άκρο Γ του σωλήνα,
  - την διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων A και K,
  - την πίεση που επικρατεί στο τυχαίο σημείο Λ του σωλήνα το οποίο έχει υψομετρική διαφορά  $h$  με την ελεύθερη επιφάνεια του νερού στην δεξαμενή,
  - το μέγιστο ύψος  $h_1$  για το οποίο μπορεί να δουλέψει ο σίφωνας διατηρώντας το  $h_2$  σταθερό,
  - την παροχή του σίφωνα όταν το δοχείο είναι γεμάτο και να εκτιμήσετε αν χρόνος στον οποίο θα αδειάσει η δεξαμενή είναι μεγαλύτερος η μικρότερος των 1000 s.
- Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση  $P_{\text{ατμ}}=10^5 \text{ N/m}^2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.:  $9 \text{ m/s}$ ,  $40500 \text{ Pa}$ ,  $0,595 \cdot 10^5 - 10^4 \cdot h \text{ (S.I.)}$ ,  $5,95 \text{ m}$ , μεγαλύτερος)

**30 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Μια δεξαμενή ανοικτή στην ατμόσφαιρα περιέχει δύο στρώματα διαφορετικών υγρών. Ένα στρώμα νερού ύψους  $h_1 = 2 \text{ m}$  και ένα στρώμα λαδιού ύψους  $h_2=4 \text{ m}$ . Η δεξαμενή φέρει, σε ύψος  $h_3=1 \text{ m}$  από το οριζόντιο έδαφος, πλευρικό οριζόντιο σωλήνα με κατακόρυφο ακροφύσιο, η έξοδος του οποίου βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών, όπως στο ακόλουθο σχήμα, με τη στρόφιγγα αρχικά κλειστή. Η διάμετρος του οριζόντιου σωλήνα είναι  $0,2 \text{ m}$  και του άκρου Γ

του ακροφυσίου 0,1 m. Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα:

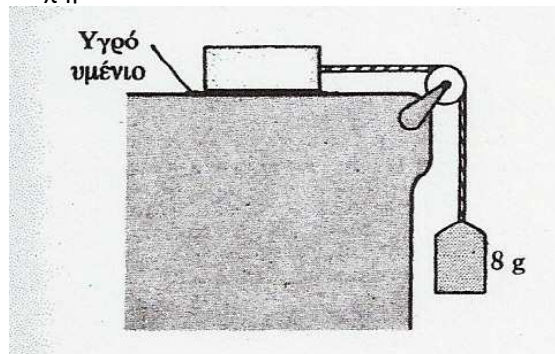


- α) Υπολογίστε την αρχική ταχύτητα του νερού στο άκρο Γ του ακροφυσίου.
- β) Προσδιορίστε το αρχικό ύψος  $h$  του πίδακα.
- γ) Υπολογίστε την πίεση στον οριζόντιο σωλήνα.

Δίνονται  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_l = 900 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η διάμετρος της δεξαμενής πολύ μεγαλύτερη από αυτές των σωλήνων, τα υγρά θεωρούνται ιδανικά.  
**(Απ.: 7,2 m/s, 2,6 m, 144380 N/m<sup>2</sup>)**

**Ε. Η ΤΡΙΒΗ ΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ – ΙΞΩΔΕΣ**

**31. (SERWAY).** Μεταλλική πλάκα επιφάνειας  $0,15 \text{ m}^2$  συνδέεται με μάζα 8 g όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Η πλάκα χωρίζεται από την επιφάνεια με ένα λεπτό λιπαντικό υμένιο πάχους 0,03 mm. Όταν αφήνεται ελεύθερη κινείται προς τα δεξιά, με ταχύτητα σταθερού μέτρου 0,085 m/s. Βρείτε τον συντελεστή ιξώδους του λιπαντικού.  
 Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .  
**(Απ.:  $0,18 \cdot 10^{-3} \text{ N.s.m}^{-2}$ )**

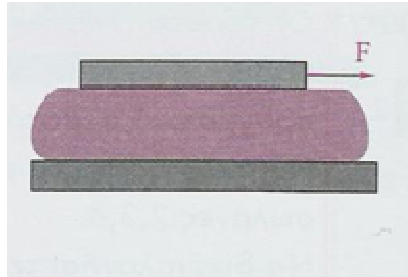
**32.** Να βρείτε πως μεταβάλλεται η πίεση κατά μήκος ενός οριζόντιου σωλήνα σταθερής διατομής στον οποίο ρέει πραγματικό ρευστό με σταθερή μέση ταχύτητα.

**(Απ.:  $P = P_0 - \frac{T}{\Delta V} \cdot x$ )**

33. Να βρείτε η ισχύς που απαιτείται για να διατηρηθεί σταθερή η ροή κατά μήκος ενός οριζόντιου σωλήνα σταθερής διατομής στον οποίο ρέει πραγματικό ρευστό με σταθερή μέση ταχύτητα.

(Απ.:  $(P_1 - P_2) \cdot \Pi$ )

34 (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ). Για διατηρηθεί σταθερή η ταχύτητα της πλάκας του ακόλουθου σχήματος και ίση με 0,2 m/s απαιτείται δαπάνη ισχύος 4 mW.



Η επιφάνεια της πλάκας είναι  $0,1 \text{ m}^2$  και το ρευστό έχει συντελεστή ιξώδους  $4 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ . Να βρείτε το πάχος του ρευστού.

(Απ.: 0,004 m)

35 (ΠΑΛΟΓΟΣ-ΠΟΝΤΙΚΟΣ). Η αορτή που είναι ο κεντρικός σωλήνας του κυκλοφορικού μας συστήματος έχει διάμετρο 2,4 cm και μέση παροχή αίματος  $14,4 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ L}/\text{s}$ . Κατά μήκος της αορτής συμβαίνει πτώση πίεσης ίση με  $\frac{\Delta P}{\ell} = 400 \text{ N}/\text{m}^3$ .

Να βρείτε:

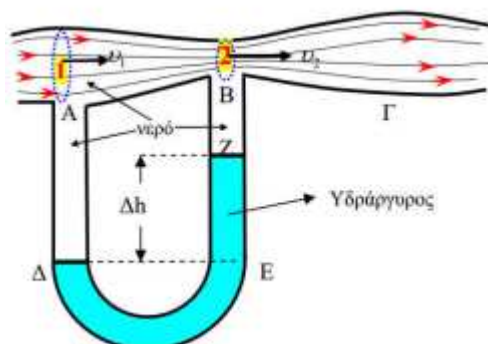
α. Ποια είναι η μέση ταχύτητα του αίματος στην αορτή.

β. Πόση ισχύς δαπανάται από την καρδιά για να διατηρηθεί η ροή σταθερή κατά μήκος οριζόντιου τμήματος της αορτής μήκους ίσου με 12 cm;

(Απ.:  $0,1 \text{ m}/\text{s}$ ,  $0,22 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ )

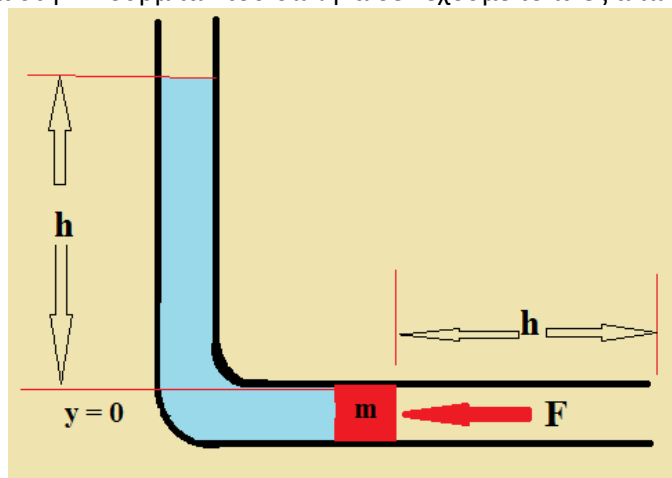
### ΣΤ. ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

36 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Το ακόλουθο σχήμα παριστάνει ένα ροόμετρο Venturi, (βεντουρίμετρο) που αποτελείται από τον οριζόντιο σωλήνα ΑΒΓ ο οποίος παρουσιάζει στένωση στο σημείο Β. Το ροόμετρο συνδέεται με ένα σωλήνα τύπου U στα σημεία Α και Β. Το κύριο μέρος του σωλήνα U που συνδέει τα σημεία Α και Β περιέχει υδράργυρο η πυκνότητα του οποίου είναι  $\rho_{\text{Hg}} = 13.600 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Στο ροόμετρο διέρχεται νερό η πυκνότητα του οποίου είναι  $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Η μεγάλη διατομή του ροομέτρου στο Α έχει ακτίνα R και η μικρή που παρουσιάζει τη στένωση στο Β είναι  $r = R/2$ . Υποθέστε ότι η ταχύτητα του νερού στο σημείο 1 είναι  $u_1 = 1,5 \text{ m}/\text{s}$ .



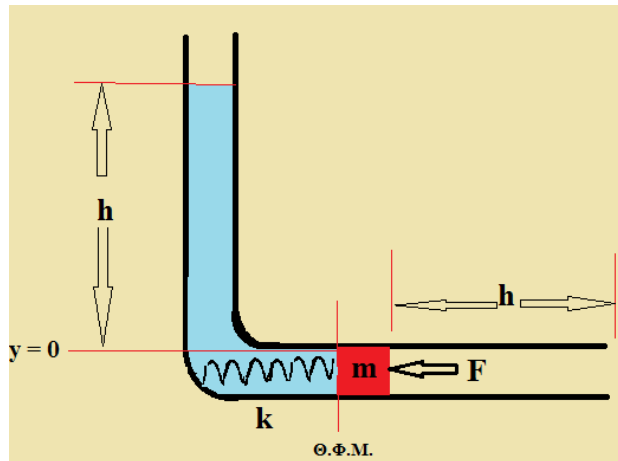
- α) Υπολογίστε την τιμή της ταχύτητας  $u_2$  του νερού στο σημείο 2.  
β) Να εξηγήσετε που οφείλεται η υψομετρική διαφορά  $\Delta h$  που παρουσιάζει ο υδράργυρος στον σωλήνα U.  
γ) Υπολογίστε την υψομετρική διαφορά  $\Delta h$  που παρουσιάζει ο υδράργυρος.  
δ) Αν η πίεση στο σημείο 1 ήταν  $1 \text{ atm}$  να υπολογιστούν οι ταχύτητες που θα έπρεπε να έχει το νερό στα σημεία 1 και 2 ώστε η πίεση στο 2 να ήταν μηδέν.  
Δίνεται  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$  και ότι το νερό και υδράργυρος συμπεριφέρονται σαν ιδανικά ρευστά. Επίσης τα σημεία 1 και 2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.  
(Απ.:  $6 \text{ m/s}$ ,  $12,4 \text{ cm}$ ,  $14,6 \text{ m/s}$ )

**37 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Σωλήνας σταθερής διατομής εμβαδού  $A$  είναι γεμάτος με υγρό πυκνότητας  $\rho$  μέχρι ύψος  $h$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Στο οριζόντιο τμήμα του σωλήνα εφαρμόζει ακριβώς και χωρίς να δέχεται τριβές από το σωλήνα σώμα μάζας  $m$ . Το σώμα απέχει από την έξοδο του σωλήνα απόσταση  $h$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ , το υγρό είναι ιδανικό και στην «κούρμπα» του σωλήνα δεν έχουμε τοπικές απώλειες πίεσης.



Σχήμα 1

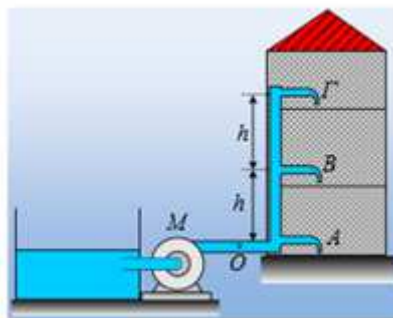
- A)** (i) Να βρεθεί η δύναμη  $F$ , που πρέπει να ασκήσουμε οριζόντια στο σώμα, ώστε αυτό να ισορροπεί στη θέση του σχήματος 1.  
(ii) Αν καταργήσουμε τη δύναμη  $F$ , να βρεθεί η ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το σώμα στην έξοδο του σωλήνα.  
**B)** Επαναφέρουμε το σώμα στην αρχική του θέση, γεμίζουμε πάλι με υγρό το σωλήνα όπως πριν, αλλά αυτή τη φορά δένουμε το σώμα με ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $k$ , το οποίο θεωρούμε ότι δεν δημιουργεί αντίσταση στη ροή του υγρού. Το ελατήριο, όταν το σώμα απέχει από την έξοδο απόσταση  $h$ , έχει το φυσικό του μήκος (σχήμα 2). Κρατάμε το σώμα ακίνητο σε αυτήν τη θέση και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Πόση πρέπει να είναι η σταθερά  $k$  του ελατηρίου, ώστε το σώμα να φτάσει στη έξοδο με μηδενική ταχύτητα;



Σχήμα 2

(Απ.:  $\rho \cdot g \cdot h \cdot A$ ,  $\sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A}{m}} \cdot h$ ,  $\rho \cdot g \cdot A$ )

**38 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Μια τριώροφη πολυκατοικία τροφοδοτείται με νερό από δεξαμενή νερού που βρίσκεται στην επιφάνεια του εδάφους, με την βοήθεια μιας αντλίας (M) όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Ο κεντρικός σωλήνας τροφοδοσίας έχει διατομή  $A_1$  ενώ με πλήρως ανοικτές βρύσες το νερό εξέρχεται σχηματίζοντας φλέβες διατομής  $A=0,3 \text{ cm}^2$ . Η βρύση στο ισόγειο βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την αντλία, ενώ ο κάθε όροφος έχει ύψος  $h=4 \text{ m}$ . Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της σταθερή πίεση  $P_0=2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Ανοίγουμε ταυτόχρονα και πλήρως τις τρεις βρύσες οπότε η παροχή της βρύσης του ισογείου είναι  $0,45 \text{ L/s}$ . Θεωρώντας μηδενικό τον συντελεστή ιξώδους, ότι δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ νερού και τοιχωμάτων των σωλήνων και ότι οι ροές είναι στρωτές και μόνιμες να βρείτε:

- α. Τις παροχές στους δύο ορόφους.
- β. Την ισχύ της αντλίας.
- γ. Βέβαια στην πραγματικότητα η ροή δεν είναι στρωτή αλλά τυρβώδης αφού το νερό δεν έχει μηδενικό συντελεστή ιξώδους, οπότε λειτουργώντας την αντλία με την παραπάνω ισχύ οι τρεις παροχές είναι αντίστοιχα  $\Pi_A=0,42 \text{ L/s}$ ,  $\Pi_B=0,30 \text{ L/s}$ ,  $\Pi_\Gamma=0,18 \text{ L/s}$ . Να βρεθεί η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμική λόγω των εσωτερικών τριβών.

Δίνονται: η ατμοσφαιρική πίεση  $P_{at}=10^5 \text{ N/m}^2$ , η πυκνότητα του νερού  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: **0,36 L/s και 0,24 L/s, 117,8 J/s, 32 J/s**)