

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ - ΚΡΟΥΣΕΙΣ

A. ΟΡΜΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΩΜΑΤΙΩΝ

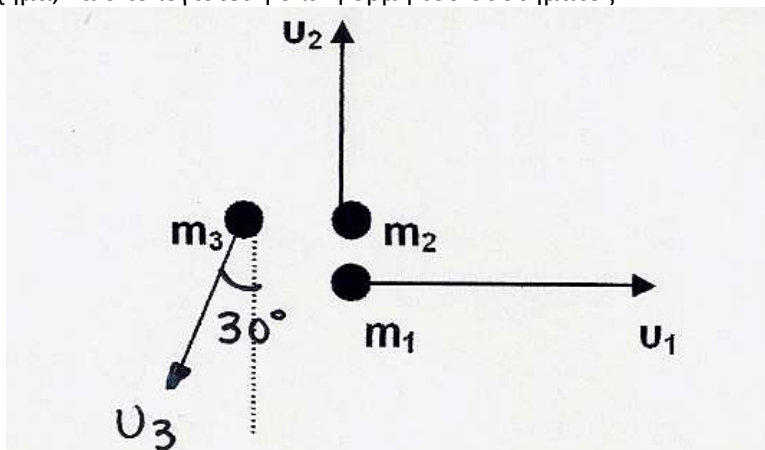
1. Ένα σώμα, μάζας $m=2$ kg που κινείται με ταχύτητα 8 m/s, αρχίζει να κινείται με επιτάχυνση $a=2$ m/s². Να βρεθεί η ορμή του σώματος στις χρονικές στιγμές 0 s, 2 s, 3 s.
(Απ.: 16 kg.m/s, 24 kg.m/s, 28 kg.m/s)

2. Ένα σώμα, μάζας $m=20$ kg που κινείται με ταχύτητα 20 m/s, αρχίζει να κινείται με σταθερή επιβράδυνση $a=2$ m/s². Να κατασκευάσετε το διάγραμμα που δείχνει την μεταβολή της ορμής του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο, μέχρι την στιγμή που η ορμή του μηδενίζεται.

3. Δύο πατινέρ έχουν μάζες $m_1=80$ kg και $m_2=60$ kg και κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου $u_1=u_2=u=5$ m/s. Να βρεθεί η ορμή του συστήματος των πατινέρ όταν:
α. κινούνται ομόρροπα
β. κινούνται αντίρροπα
γ. κινούνται κάθετα μεταξύ τους
(Απ.: 700 kg.m/s, 100 kg.m/s, 500 kg.m/s- $\epsilon\phi\theta=0.75$)

4. Ένα σύστημα σωμάτων, αποτελείται από δύο σφαίρες με μάζες $m_1=2$ kg και $m_2=4$ kg οι οποίες κινούνται ευθύγραμμα ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες μέτρου $u_1=3$ m/s και $u_2=2$ m/s αντίστοιχα. Οι διευθύνσεις των ταχυτήτων είναι κάθετες μεταξύ τους. Να βρείτε το μέτρο της ολικής ορμής του συστήματος.
(Απ.: 10 kg.m/s)

5. Ένα βλήμα, καθώς κινείται διασπάται σε τρία κομμάτια με μάζες $m_1=20$ g, $m_2=30$ g, $m_3=50$ g. Αν τα κομμάτια μετά την έκρηξη, κινούνται με ταχύτητες που έχουν μέτρα $u_1=100$ m/s, $u_2 = 200\sqrt{3}$ m/s, $u_3=200$ m/s αντίστοιχα και σε διευθύνσεις που δείχνει το ακόλουθο σχήμα, να υπολογιστεί η ολική ορμή του συστήματος.



(Απ.: $2\sqrt{3}$ kg.m/s, $\frac{\sqrt{3}}{3}$)

B. ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ-ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ 2^{ΟΥ} ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ NEWTON

6. Μία μπάλα του τένις μάζας $m=0,1$ kg, κινείται με ταχύτητα $u_1=10$ m/s, όταν δέχεται χτύπημα από ρακέτα κατά την διεύθυνση και φορά της κίνησής της οπότε αποκτά ταχύτητα $u_2=18$ m/s. Η χρονική διάρκεια του χτυπήματος ήταν 0,1 s. Να βρείτε:

α. Την δύναμη που δέχεται η μπάλα.

β. Την ταχύτητα της μπάλας, αν δεχτεί δεύτερο χτύπημα, όμοιο με το πρώτο.

(Απ.: 8 N, 26 m/s)

7. Αυτοκίνητο μάζας $m=800$ kg, κινείται σε οριζόντιο δρόμο, με ταχύτητα 108 km/h και ο οδηγός σβήνει την μηχανή. Το αυτοκίνητο μετά από χρόνο $t=10$ s, κινείται με ταχύτητα 36 km/h. Να βρεθεί η συνισταμένη δύναμη, που επιβραδύνει το αυτοκίνητο.

(Απ.: -1600 N)

8. Ένα βλήμα μάζας $m=20$ g, κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0=100$ m/s και κτυπά σε κορμό δέντρου. Να υπολογισθεί η μεταβολή της ορμής του, αν:

α) ακινητοποιηθεί μέσα στον κορμό, β) βγαίνει με ταχύτητα 10 m/s από τον κορμό.

(Απ.: -2 N.s, -1.8 N.s)

9. Βλήμα μάζας $m=0,5$ kg, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1=20$ m/s, διαπερνά ακλόνητη κατακόρυφη σανίδα και βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα $u_2=5$ m/s. Το χρονικό διάστημα που το βλήμα κινήθηκε μέσα στην σανίδα είναι $\Delta t=0,01$ s. Να υπολογίσετε την μεταβολή της ορμής του βλήματος από την σανίδα και τη μέση δύναμη που του άσκησε η σανίδα.

(Απ.: -7.5 N.s, -750 N)

10. Μια παίκτρια του βόλεϊ πηδά και βρίσκει την μπάλα που έρχεται οριζόντια, με ταχύτητα $u_1=8$ m/s, πάνω από το φιλέ. Μετά το κτύπημα της μπάλας από το χέρι της κοπέλας, αυτή φεύγει πάλι οριζόντια με αντίθετα φορά και με ταχύτητα που έχει μέτρο $u_2=12$ m/s. Αν η επαφή της μπάλας με το χέρι της κοπέλας είναι $\Delta t=0,1$ s να υπολογισθεί η μέση δύναμη που δέχεται η μπάλα. Η μάζα της μπάλας είναι 300 g.

(Απ.: 60 N)

11. Σφαίρα μάζας $m=2$ kg πέφτει κατακόρυφα από ύψος $h=5$ m κάνοντας ελεύθερη πτώση. Η σφαίρα χτυπά στο οριζόντιο έδαφος με ταχύτητα u_1 και αναπηδά με ταχύτητα $u_2=5$ m/s. Να βρείτε:

α. τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας,

β. τη μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο έδαφος, αν ο χρόνος επαφής της με αυτό είναι $\Delta t=10^{-2}$ sec.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

(Απ.: 30 kg.m/s, 3020 N)

12. Άνθρωπος μάζας 70 kg, πηδάει από ύψος 2,45 m. Τη μία φορά σε τσιμέντο, οπότε ο χρόνος που κάνει να μηδενισθεί η ταχύτητά του, είναι 0,1 s και την άλλη σε άμμο, οπότε ο χρόνος, για να μηδενισθεί η ταχύτητά του είναι 0,5 s. Να υπολογιστεί η μέση δύναμη που δέχεται κάθε φορά ο άνθρωπος. Δίνεται $g=10$ m/s².

(Απ.: 4900 N, 980 N)

13. Μπάλα του μπιλιάρδου, μάζας $m=0,1$ kg, κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1=40$ m/s. Η μπάλα δέχεται οριζόντια δύναμη από τη στέκα και τελικά κινείται πάλι οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_2=30$ m/s σε διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση της v_1 . Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής της μπάλας.

(Απ.: 5 kg.m/s, $\epsilon\phi\theta=0.75$)

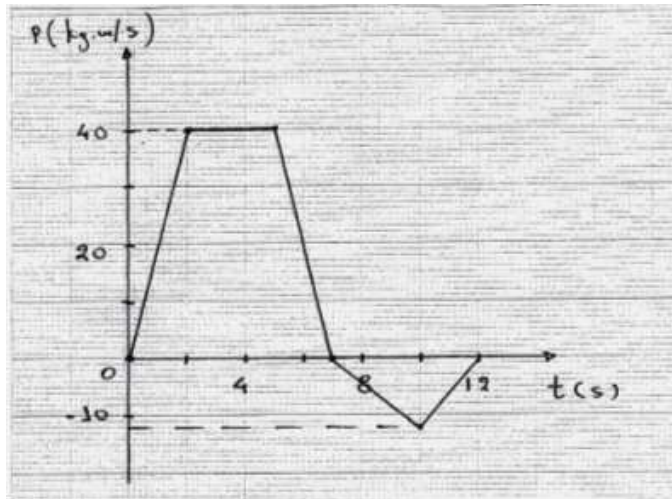
14. Σώμα μάζας $m=1$ kg κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1=6$ m/s. Οριζόντια δύναμη μέτρου $F=80$ N ασκείται στο σώμα για χρονικό διάστημα $\Delta t=0,1$ s με σταθερή διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση v_1 . Να υπολογίσετε την τελική ταχύτητα \vec{v}_2 του σώματος.

(Απ.: 10 m/s, 4/3)

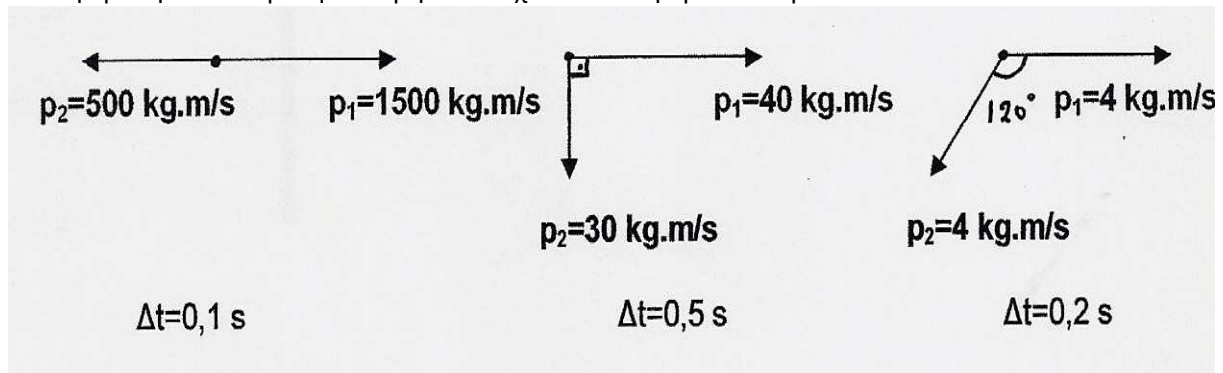
15. Σωματίδιο με μάζα m που κινείται με ταχύτητα u χτυπάει σε οριζόντιο τοίχο υπό γωνία 60° και ανακλάται από αυτόν τελείως ελαστικά, έτσι ώστε η γωνία πρόσπτωσης να ισούται με την γωνία ανάκλασης. Βρείτε την μεταβολή της ορμής του σωματιδίου. Βαρύτητα δεν υπάρχει.

(Απ.: $m \cdot u$)

16. Στο ακόλουθο διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της ορμής ενός σώματος με τον χρόνο. Να σχεδιάσετε την μεταβολή της συνιστάμενης δύναμης που δέχεται το σώμα με τον χρόνο.

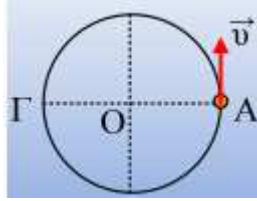


17. Στα ακόλουθα σχήματα δίνονται για ένα σώμα η αρχική και η τελική ορμή του καθώς και ο χρόνος μέσα στον οποίο έλαβε χώρα αυτή η μεταβολή της ορμής. Να βρείτε την μέση συνιστάμενη δύναμη που δέχεται κάθε φορά το σώμα.



(Απ.: 20000 N, 100 N- $\epsilon\phi\theta=0.75$, $20\sqrt{3}$ N- 30°)

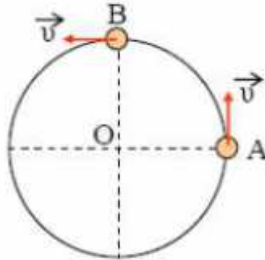
18 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Ένα σώμα μάζας 2 kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $u=5$ m/s σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας $R=10$ m, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



- Να υπολογίσετε την ορμή του σώματος στη θέση A.
- Η ορμή του σώματος παραμένει σταθερή ή όχι; Δικαιολογήστε.
- Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής μεταξύ των αντιδιαμετρικών θέσεων A και Γ.
- Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στη θέση A;

(Απ.: 10 kg.m/s, όχι, 20 kg.m/s, 5 kg.m/s²)

19 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Ένα σώμα μάζας 2 kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $u=10$ m/s σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας R, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



- Να υπολογίσετε την ορμή του σώματος στη θέση A.
- Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής μεταξύ των θέσεων A και B αν οι ακτίνες OA και OB είναι κάθετες μεταξύ τους.

(Απ.: 20 kg.m/s, 28,2 kg.m/s)

20 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Σφαίρα μάζας $m=2$ kg πέφτει κατακόρυφα. Η σφαίρα χτυπά στο οριζόντιο έδαφος με ταχύτητα $u_1=10$ m/s και αναπηδά με ταχύτητα $u_2=5$ m/s. Να βρείτε:

- τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας,
- τη μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο έδαφος, αν ο χρόνος επαφής της με αυτό είναι $\Delta t=10^{-2}$ sec.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

(Απ.: 30 kg.m/s, 3020 N)

21 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Άνθρωπος μάζας $m=70$ kg πέφτει από ύψος $h=2,45$ m, τη πρώτη φορά σε τσιμέντο και τη δεύτερη σε άμμο. Ο χρόνος που χρειάζεται για να μηδενιστεί η ταχύτητά του είναι αντίστοιχα $\Delta t_1=0,1$ sec και $\Delta t_2=0,5$ sec. Να υπολογίσετε τη μέση δύναμη που κάθε φορά δέχεται ο άνθρωπος από το έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

(Απ.: 5600 N, 1680 N)

22 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Σωματίο μάζας $m=2$ kg κινείται στον άξονα xOx' και έχει εξίσωση κίνησης:

$$x=5-8.t+4.t^2 \quad (\text{S.I.})$$

- Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος και την εξίσωση της ταχύτητάς του.
- Πως μεταβάλλεται η ορμή του σωματίου σε συνάρτηση με το χρόνο; Να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση.
- Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σωματίου τη χρονική στιγμή $t=3$ s.

(Απ.: 8 m/s², -8+8.t (S.I.), -16+16.t (S.I.), 16 kg.m/s²)

Γ. ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

23. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1=4$ kg, $m_2=1$ kg βρίσκονται στις άκρες συσπειρωμένου ελατηρίου. Αν κόψουμε το νήμα που είναι δεμένες οι δύο σφαίρες και η m_1 εγκαταλείπει το ελατήριο με ταχύτητα $u_1=10$ m/s, να βρείτε την ταχύτητα u_2 που εγκαταλείπει η m_2 το ελατήριο.

(Απ.: 40 m/s)

24. Ένα καροτσάκι με μάζα $2M$ έχει ταχύτητα u_0 πριν συγκρουστεί με άλλο καροτσάκι μάζας $3M$ το οποίο είναι ακίνητο. Τα δύο καροτσάκια μετά την σύγκρουση κινούνται μαζί παραμένοντας ενωμένα. Ποια θα είναι η ταχύτητά τους και ποια η μεταβολή της ορμής κάθε καροτσιού; Να θεωρήσετε τα M και u_0 γνωστά.

(Απ.: $\frac{2}{5}u_0, \frac{6}{5}Mu_0, -\frac{6}{5}Mu_0$)

Πανελλήνιος Διαγωνισμός Φυσικής 2006

25. Δύο μπάλες φτιαγμένες από πλαστελίνη, κινούνται αντίρροπα. Οι μπάλες έχουν μάζες $m_1=200$ g και $m_2=400$ g και μέτρα ταχυτήτων $u_1=2$ m/s και $u_2=1$ m/s. Οι μπάλες προσκρούουν μεταξύ τους και γίνονται ένα σώμα. Ποια η ταχύτητα του σώματος αυτού, μετά την πρόσκρουση και ποια η δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ των συγκρουόμενων σωμάτων αν ο χρόνος κρούσης είναι 0,1 sec;

(Απ.: 0, 4 N)

26. Ένα κανόνι μάζας $m=200$ kg, αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, ρίχνει οριζόντια βλήμα μάζας $m_1=1$ kg με ταχύτητα $u_b=300$ m/s. Να υπολογιστεί η ταχύτητα που θα αποκτήσει το κανόνι.

(Απ.: -1.5 m/s)

27. Πυροβόλο μάζας $M=19$ kg, κινείται με ταχύτητα $V=10$ m/s, έχοντας στην κάνη του βλήμα μάζας $m=1$ kg. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που πρέπει να εκτοξεύσει οριζόντια το βλήμα ώστε το πυροβόλο να ακινητοποιηθεί.

(Απ.: 200 m/s)

28. Κανόνι μάζας $M=50$ kg, κινείται με ταχύτητα $u_1=20$ m/s, έχοντας στην κάνη του βλήμα μάζας $m=1$ kg. Κάποια στιγμή εκτοξεύει οριζόντια το βλήμα με ταχύτητα $u_2=400$ m/s. Να υπολογίσετε την ταχύτητα V που θα έχει το κανόνι, μετά την εκτόξευση του βλήματος και την μέση δύναμη που το βλήμα δέχεται από το κανόνι αν ο χρόνος εκτόξευσης του βλήματος είναι 0,1 sec.

(Απ.: 12.4 m/s, 3800 N)

29*. Δύο σφαίρες έχουν μάζες $m_1=1$ kg και $m_2=4$ kg και κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις, με ταχύτητες $u_1=30$ m/s και $u_2=10$ m/s αντίστοιχα. Αν μετά την σύγκρουση οι σφαίρες γίνονται ένα σώμα, να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος αυτού.

(Απ.: 10 m/s-4/3)

30*. Μια οβίδα μάζας $M=20$ kg, κινείται με ταχύτητα $V=20$ m/s. Κάποια χρονική στιγμή διασπάται σε δύο κομμάτια, όπου το μεγαλύτερο κομμάτι έχει ταχύτητα $u_1=350$ m/s και κινείται στη διεύθυνση και φορά της αρχικής ταχύτητας. Το μικρότερο έχει ταχύτητα $u_2=450$ m/s και κινείται αντίθετα. Να υπολογίσετε τις μάζες των δύο κομματιών.

(Απ.: 8.25 kg, 11.75 kg)

31*. Ένα βλήμα διασπάται σε δύο κομμάτια, με μάζες $m_1=4$ kg και $m_2=6$ kg, που κινούνται κάθετα μεταξύ τους. Οι ταχύτητες έχουν μέτρα $v_1=100$ m/s και $v_2=50$ m/s. Ποια ορμή είχε το βλήμα, πριν σπάσει στα δύο κομμάτια;
(Απ.: 500 kg.m/s-εφθ=0.75)

32*. Σώμα μάζας $m=8$ kg, που φέρει εκρηκτικό μηχανισμό, κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v=20$ m/s. Κάποια χρονική στιγμή ο εκρηκτικός μηχανισμός χωρίζει το σώμα σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1=5$ kg και $m_2=3$ kg. Αν οι μάζες m_1 και m_2 αμέσως μετά την έκρηξη κινούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και σε διευθύνσεις που σχηματίζουν με το οριζόντιο επίπεδο γωνίες αντίστοιχα $\phi=60^\circ$ και $\theta=30^\circ$, η πρώτη προς τα πάνω και η δεύτερη προς τα κάτω, να βρείτε τις ταχύτητες των δύο μαζών αμέσως μετά την έκρηξη.
(Απ.: 16 m/s και $80\sqrt{3}/3$ m/s)

33. Πάνω σε μία παγωμένη λίμνη βρίσκονται δύο παιδιά με μάζες $m_1=40$ kg και $m_2=60$ kg. Αν το ένα παιδί σπρώξει το άλλο, θα αρχίσουν να απομακρύνονται μεταξύ τους. Μετά από χρόνο 10 s, τα παιδιά βρίσκονται 50 m το ένα μακριά από το άλλο. Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο παιδιών. Πόσο διάστημα έχει διανύσει κάθε παιδί; Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.
(Απ.: 3 m/s, 2 m/s, 30 m, 20 m)

34. Ένας σωλήνας μάζας $m=1$ kg είναι κρεμασμένος με νήμα μήκους $L=2$ m από την κορυφή και ανοικτός στο ένα άκρο του. Στον σωλήνα τοποθετούμε λίγες σταγόνες αιθέρα και κλείνουμε το ανοικτό άκρο του μ' ένα κομμάτι φελλού μάζας $m_2=50$ g. Θερμαίνουμε τον σωλήνα, με αποτέλεσμα ο φελλός να εκτιναχθεί με ταχύτητα μέτρου $v_2=50$ m/s. Με ποια ταχύτητα v_1 θα εκτιναχθεί ο σωλήνας και ποια θα είναι η τάση του νήματος. Δίνεται $g=10$ m/s².
(Απ.: 2.5 m/s, 13.13 N)

35. Ένα χελιδόني έχει μάζα $m_1=30$ g και κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_1=54$ km/h. Κάποια στιγμή το χελιδόني καταπίνει ένα έντομο μάζας $m_2=5$ g, που κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση με το χελιδόني, έχοντας ταχύτητα $v_2=10$ m/s. Ποια είναι η ταχύτητα του χελιδονιού μετά το γεύμα;
(Απ.: 11,43 m/s)

36. Αυτοκίνητο μάζας $m_1=5000$ kg κινείται σε κεντρικό δρόμο με ταχύτητα $v_1=10$ m/s. Σε μία διασταύρωση το αυτοκίνητο συγκρούεται πλαστικά με άλλο αυτοκίνητο μάζας $m_2=2000$ kg, που μπήκε στον κεντρικό δρόμο, με ταχύτητα $v_2=25$ m/s κάθετη στην ταχύτητα v_1 . Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των δύο αυτοκινήτων αμέσως μετά την σύγκρουση.
(Απ.: 10,1 m/s, 45°)

37 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σώμα A μάζας $M=2$ kg. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1$ kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=100$ m/s, συγκρούεται με το σώμα A, το διαπερνά σε χρόνο $\Delta t=0,2$ sec και εξέρχεται με ταχύτητα $v_1=20$ m/s.



- Να βρείτε την αρχική ορμή του βλήματος.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος A μετά την κρούση.
- Ποια είναι η μεταβολή της ορμής του βλήματος;

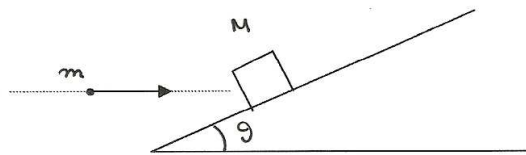
δ. Βρείτε τη μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά το πέρασμά του μέσα από το σώμα Α.

ε. Σε μία στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Α είναι $50 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$, ποιος είναι αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του βλήματος την ίδια χρονική στιγμή;

στ. Αν το σώμα παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβή ολίσθησης $\mu=0,2$, πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Α, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

(Απ.: $10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, 4 m/s , $-8 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, -40 N , $-50 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, 4 m)

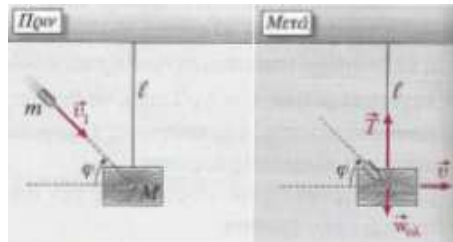
38*. Μια σφαίρα με μάζα $m=10 \text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u=400 \text{ m/s}$ και σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλο, μάζας $M=9,99 \text{ kg}$, το οποίο βρίσκεται ακίνητο πάνω σε ανηφορικό δρόμο, όπως φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα.



Να υπολογίσετε την μετατόπιση του συσσωματώματος, αν δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του ξύλου με τον δρόμο $\mu=0,2$ και $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$.

(Απ.: $\frac{m^2 u^2 \cdot \sigma\upsilon\eta^2 \theta}{2(M+m)^2 \cdot g \cdot (\mu \cdot \sigma\upsilon\eta\theta + \eta\mu\theta)}$)

39* (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Ξύλο μάζας $M=9,9 \text{ kg}$ είναι κρεμασμένο από νήμα μήκους $l=1 \text{ m}$. Βλήμα μάζας $m=0,1 \text{ kg}$, που κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1=100 \text{ m/s}$ προς τα κάτω σε διεύθυνση που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\phi=45^\circ$, σφηνώνεται στο ξύλο, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Αν ο χρόνος κίνησης του βλήματος μέσα στο ξύλο είναι $t=0,01 \text{ sec}$, να βρείτε:



- Την ανύψωση του κέντρου μάζας του ξύλου μετά την κρούση.
- Την τάση του νήματος τη στιγμή που το βλήμα ηρεμεί ως προς το ξύλο.
- Τη μέση τάση του νήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

(Απ.: $2,5 \text{ cm}$, 105 N , $100(5\sqrt{2} + 1) \text{ N}$)

40 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Ένα σώμα Α με μάζα $m_1=2 \text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $u_1=14 \text{ m/s}$ και προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς $k=200 \text{ N/m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε δεύτερο σώμα μάζας $m_2=5 \text{ kg}$, το οποίο είναι ακίνητο. Σε μια στιγμή μετά από ελάχιστο χρόνο, το σώμα Β έχει ταχύτητα $u_2'=6 \text{ m/s}$ και επιτάχυνση $a_2=4 \text{ m/s}^2$. Ζητούνται για τη στιγμή αυτή:

- η ταχύτητα του σώματος Α,
- η επιτάχυνση του σώματος Α,
- η συσπίρωση του ελατηρίου.

(Απ.: -1 N , -28 m/s^2 , $0,28 \text{ m}$)

Δ. ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΔΕΝ ΔΙΑΤΗΡΟΥΝΤΑΙ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ

41. Βλήμα μάζας $m=0,2$ kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v=100$ m/s και σφηνώνεται σε ακίνητο ξύλο μάζας $M=1,8$ kg που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Να βρεθούν:

α. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

β. Η μετατόπιση του συσσωματώματος μέχρι να σταματήσει αν δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu=0,1$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

(Απ.: 10 m/s, 50 m)

42. Βλήμα μάζας $m=0,1$ kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v=400$ m/s και διαπερνά ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας $M=2$ kg που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα εξέρχεται με ταχύτητα $v'=100$ m/s σε χρόνο $\Delta t=0,1$ sec. Να βρεθούν:

α. Η ταχύτητα του κιβωτίου μετά την κρούση.

β. Η μέση δύναμη που το βλήμα ασκεί στο κιβώτιο.

γ. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ κιβωτίου και οριζοντίου επιπέδου, αν το κιβώτιο σταματά μετά από απόσταση $x=112,5$ m και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10$ m/s².

(Απ.: 15 m/s, 300 N, 0.1)

43. Δύο σώματα με μάζες $m_1=15$ g και $m_2=20$ g συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά έχοντας αμέσως πριν την κρούση ταχύτητες $v_1=1$ m/s και $v_2=0,5$ m/s αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β. Την μηχανική ενέργεια του συστήματος η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω της κρούσης.

(Απ.: $\frac{1}{7}$ m/s, 9,64.10⁻³ J)

44. Ένα σώμα μάζας $m_1=5$ kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Ένα άλλο σώμα με μάζα $m_2=8$ kg, που κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται με το πρώτο έχοντας τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητα v_2 . Το συσσωμάτωμα που προκύπτει διανύει στο οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0,04, διάστημα 0,7 m μέχρι να σταματήσει. Να υπολογίσετε:

α. Την ταχύτητα v_2 .

β. Το ποσοστό της ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση. Τι συμπεραίνετε; Δίνεται $g=10$ m/s².

(Απ.: 1,216 m/s, 38,46%)

45. Ένα βλήμα μάζας $m_1=0,1$ kg προσπίπτει σε ακίνητο σώμα μάζας $m_2=2$ kg, που βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο, με οριζόντια ταχύτητα $v_1=500$ m/s και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα $v_1'=300$ m/s. Αν το αρχικά ακίνητο σώμα κινηθεί διανύοντας διάστημα 20 m, να υπολογίσετε:

α. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα και το οριζόντιο δάπεδο.

β. Τη "χαμένη", κατά την κρούση, μηχανική ενέργεια του συστήματος.

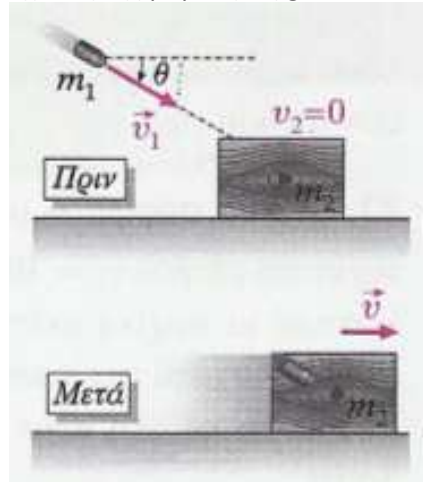
Δίνεται $g=10$ m/s².

(Απ.: 0,25, 7900 J)

46* (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Το βλήμα μάζας $m_1=1$ kg, πριν να σφηνωθεί στο κιβώτιο, έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=8\sqrt{3}$ m/s σε διεύθυνση που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία

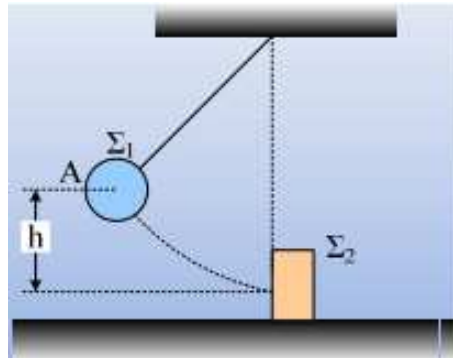
$\theta=30^\circ$. Αν το κιβώτιο έχει μάζα $m_2=3 \text{ kg}$ και παρουσιάζει με το οριζόντιο δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,1$ να βρείτε:

- την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση,
- το διάστημα που διανύει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει,
- το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας που χάνεται κατά την κρούση και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω των τριβών με το έδαφος. Ποιο είναι το άθροισμα αυτών των δύο ποσοστών; Να δικαιολογήστε το αποτέλεσμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.



(Απ.: 3 m/s , $4,5 \text{ m}$, $81,25\%$ και $18,75\%$)

47 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=4 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $l=1 \text{ m}$ και αφήνεται να κινηθεί από ύψος $h=0,2 \text{ m}$, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, από τη θέση Α.



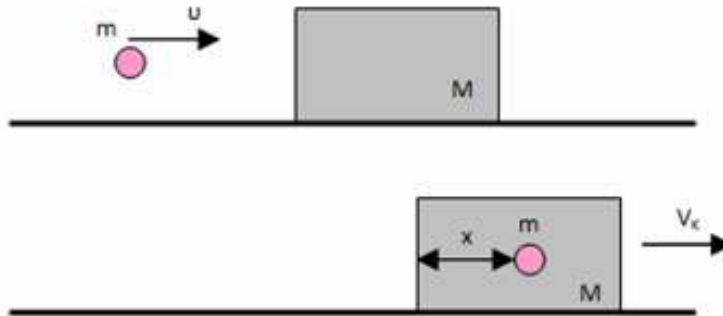
Μόλις το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά με ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1 \text{ kg}$. Αμέσως μετά την κρούση το Σ_1 έχει ταχύτητα ίδιας κατεύθυνσης και μέτρου $u_1'=1,2 \text{ m/s}$.

- Να βρεθεί η ταχύτητα u_1 , του σώματος Σ_1 αμέσως πριν τη κρούση.
- Να βρεθεί η ταχύτητα u_2 , του σώματος Σ_2 αμέσως πριν τη κρούση.
- Να βρεθεί η τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
- Η ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση. Σχολιάστε.
- Το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο Σ_2 κατά την διάρκεια της κρούσης.
- Τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στο σώμα Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν ο χρόνος κρούσης είναι $\Delta t=0,2 \text{ sec}$.
- Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του Σ_2 και του οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu=0,1$, να βρεθεί η απόσταση από την θέση που ξεκίνησε, στην οποία φτάνει το Σ_2 μετά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$.

(Απ.: 2 m/sec , $3,2 \text{ m/sec}$, $20,24 \text{ J}$, 0 J , $5,12 \text{ J}$, -16 N , $5,12 \text{ m/sec}$)

48. Ένα βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ σφηνώνεται με ταχύτητα $u = 100\text{m/s}$ σε ακίνητο κιβώτιο μάζας $M=0,9\text{ kg}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κιβώτιο μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

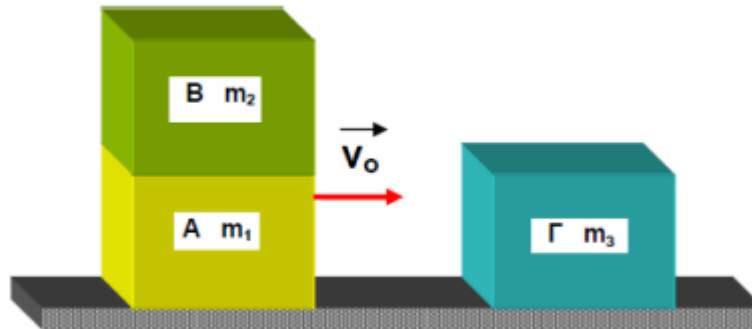


Αν η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται μεταξύ βλήματος και κιβωτίου κατά την κρούση θεωρηθεί σταθερού μέτρου $F = 4500\text{ N}$, να υπολογίσετε:

- Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.
- Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- Το χρόνο που διαρκεί η κίνηση του βλήματος σε σχέση με το κιβώτιο.
- Πόσο βαθιά εισχωρεί το βλήμα στο κιβώτιο.

(Απ.: 10 m/s , 450 J , $0,002\text{ s}$, $0,1\text{ m}$)

49 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Οι τρεις κύβοι Α, Β και Γ του ακόλουθου σχήματος έχουν ίσες διαστάσεις και μάζες $m_1=m_2=m_3=m$. Ο κύβος Γ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το σύστημα των κύβων Α και Β, κινείται οριζόντια χωρίς τριβές με ταχύτητα μέτρου $u_0=12\text{ m/s}$. Ο κύβος Α προσκρούει μετωπικά στον κύβο Γ. Μετά την πρόσκρουση ο κύβος Α ενώνεται με τον κύβο Γ, ενώ ο κύβος Β περνά πάνω στον κύβο Γ όπου και παραμένει. Η θερμική ενέργεια που παράγεται κατά την ολίσθηση του κύβου Β, μέχρι να περάσει ολόκληρος πάνω στον κύβο Γ είναι $Q=72\text{ J}$. Να βρείτε:



- Την τελική ταχύτητα του συστήματος.
- Τις μάζες των κύβων.
- Την θερμική ενέργεια που εκλύεται κατά την πρόσκρουση του κύβου Α στον κύβο Γ.

δ. Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των κύβων Α-Β που γίνεται θερμική ενέργεια κατά την διάρκεια του φαινομένου.
Δεχόμαστε ότι σε όλη την διάρκεια του φαινομένου, η απώλεια της μηχανικής ενέργειας οφείλεται αποκλειστικά στην μετατροπή της σε θερμική ενέργεια.

(Απ.: 8 m/s , 6 m/s , 216 J , $0,33$)

Ε. ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

50. Ένα σώμα μάζας $m_1=4$ kg συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2=8$ kg με ταχύτητα $u_1=12$ m/s. Να βρεθούν αμέσως μετά την κρούση οι ταχύτητες των σωμάτων καθώς και οι μεταβολές των ορμών τους.

(Απ.: -4 m/s, -64 kg.m/s και 8 m/s, 64 kg.m/s)

51. Ένα σώμα μάζας $m_1=4$ kg συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2=2$ kg με ταχύτητα $u_1=6$ m/s. Να βρεθούν αμέσως μετά την κρούση οι ταχύτητες των σωμάτων καθώς και οι μεταβολές των ορμών τους.

(Απ.: 2 m/s, -16 kg.m/s και 8 m/s, 16 kg.m/s)

52. Δύο αμαξίδια με μάζες $m_1=1$ kg και $m_2=1,5$ kg συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά, έχοντας τη στιγμή της σύγκρουσης το καθένα ταχύτητα 4 m/s, αντίθετης κατεύθυνσης. Αμέσως μετά τη σύγκρουση το αμαξίδιο μάζας m_2 έχει ταχύτητα 4 m/s ίδιας κατεύθυνσης με αυτή που είχε το m_1 πριν τη κρούση. Να βρείτε την ταχύτητα που έχει το m_1 αμέσως μετά την κρούση.

(Απ.: 8 m/s αντίθετης κατεύθυνσης)

53. Σφαίρα Α βρίσκεται ανάμεσα σε δύο σφαίρες Β και Γ με μάζες $m_B=m_\Gamma=3m_A$ αντίστοιχα. Στη σφαίρα Α δίνουμε ταχύτητα \vec{v}_0 . Πόση είναι η ταχύτητα της σφαίρας Α μετά την κρούση της με την Γ, αν όλες οι κρούσεις είναι κεντρικές και ελαστικές;

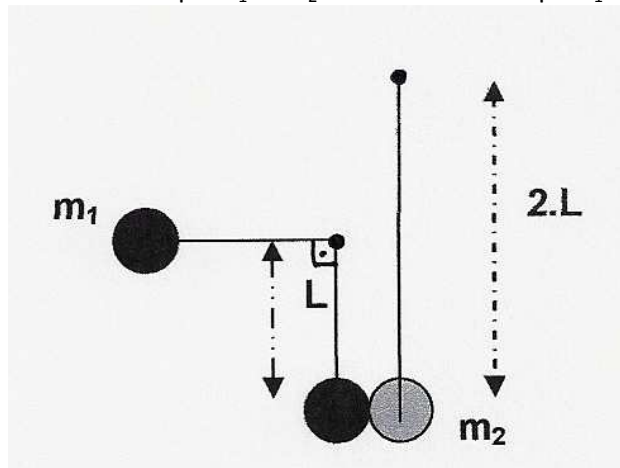
(Απ.: $v_0/4$ προς τα δεξιά)

54. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα είναι κρεμασμένες από δύο νήματα με μήκη αντίστοιχα L και $2L$, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Εκτρέπουμε τη σφαίρα Σ_1 κατά 90° και την αφήνουμε ελεύθερη. Αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι κεντρική και ελαστική, να βρείτε τα μέγιστα ύψη στα οποία ανεβαίνουν οι σφαίρες μετά την κρούση όταν η σχέση μεταξύ των μαζών τους είναι:

α. $m_1=m_2$

β. $m_1=2.m_2$

γ. $m_1=m_2/2$



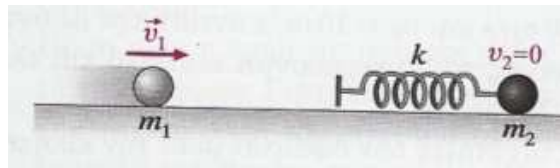
(Απ.: 0 και L , $\frac{L}{9}$ και $\frac{16.L}{9}$, $\frac{L}{9}$ και $\frac{4.L}{9}$)

55. Σφαίρα μάζας $m_1=4$ kg δένεται από το ελεύθερο άκρο σχοινιού μήκους $L=1$ m. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από την κατακόρυφη διεύθυνση κατά γωνία $\phi=60^\circ$ και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν η σφαίρα περνά από την κατώτερη θέση, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $m_2=1$ kg. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μάζας m_2 πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνονται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10$ m/s².

(Απ.: 6,4 m)

56 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ). Στη σφαίρα μάζας $m_2=3$ kg είναι δεμένο ελατήριο σταθεράς $k=12000$ N/m. Σφαίρα μάζας $m_1=2$ kg κινείται προς τη σφαίρα μάζας m_2 με ταχύτητα μέτρου $v_1=50$ m/s.



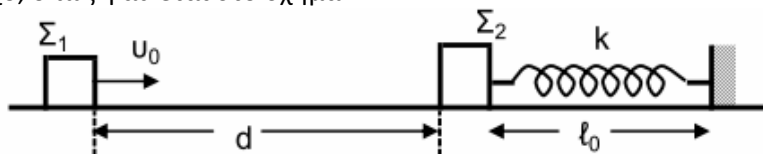
α. Κατά τη διάρκεια της επαφής της σφαίρας μάζας m_1 με το ελατήριο να συγκρίνετε τις δυνάμεις που δέχονται οι σφαίρες και τους ρυθμούς μεταβολής των ταχυτήτων τους.

β. Ποια είναι η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου;

γ. Να βρείτε τις τελικές ταχύτητες των σφαιρών.

(Απ.: $\left| \frac{\Delta v_1}{\Delta t} \right| > \left| \frac{\Delta v_2}{\Delta t} \right|$, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, 0,5 m, -10 m/s, 40 m/s)

57. Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2=2 \cdot m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω u_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0=0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d=1$ m από το σώμα Σ_2 . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $u_1'=\sqrt{10}$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu=0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10$ m/s².

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος Σ_1 . (Μονάδες 6)

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση. (Μονάδες 6)

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά. Δίνεται: $\sqrt{10} \approx 3,2$. (Μονάδες 6)

Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2=1$ kg και $k=105$ N/m. (Μονάδες 7)

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

(Απ.: 10 m/s, 88,9%, 0,72 sec, 0,57 m) (ΘΕΜΑ Γ, ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 22-5-2013)