

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

### ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

#### A. ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

1. Βομβαρδιστικό αεροπλάνο, κινείται οριζόντια, σε ύψος 500 m από το έδαφος για να μην εντοπιστεί από τα ραντάρ και αφήνει βόμβα την στιγμή που απέχει οριζόντια 600 m από προκαθορισμένο στόχο. Αν θεωρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $10 \text{ m/s}^2$  να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του αεροπλάνου για να πετύχει τον στόχο.

(Απ.: 216 km/h)

2. Με πόση ταχύτητα πρέπει να εκτοξευτεί οριζόντια μια πέτρα από την οροφή κτιρίου ύψους 9 m ώστε να κτυπήσει την κορυφή δέντρου, που έχει ύψος 4 m και απέχει 10 m από το κτίριο; Δίνεται  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: 10 m/s)

3. Ένας παίκτης τένις κτυπά με την ρακέτα μια μπάλα, οριζόντια, από ύψος  $h=2,6 \text{ m}$  όταν βρίσκεται σε απόσταση  $s=20 \text{ m}$  από το "φιλέ" που έχει ύψος  $h'=0,8 \text{ m}$ , με ταχύτητα  $u_0=30 \text{ m/s}$ . Θα περάσει η μπάλα το "φιλέ"; Θεωρείστε την βαρυτική επιτάχυνση σταθερή, με τιμή  $10 \text{ m/s}^2$  και ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στην μπάλα είναι το βάρος της.

(Απ.: Όχι)

4. Ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε σταθερό ύψος 320 m με ταχύτητα  $u_a=180 \text{ m/s}$ . Το θωρακισμένο όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_{ox}=10 \text{ m/s}$  στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το αεροπλάνο. Πόση πρέπει να είναι η οριζόντια απόσταση αεροπλάνου – οχήματος τη στιγμή που το αεροπλάνο αφήνει ελεύθερη βόμβα ώστε αυτή να χτυπήσει το όχημα; Δίνεται  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: 1360 m)

5. Από ύψος  $H=180 \text{ m}$  εκτοξεύεται οριζόντια σώμα με ταχύτητα  $u_0=80 \text{ m/s}$ . Αν δίνεται  $g=10 \text{ m/s}^2$  να βρείτε:

- Τον χρόνο πτώσης του σώματος.
- Την ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.
- Την μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές).
- Να βρείτε την εξίσωση τροχιάς.

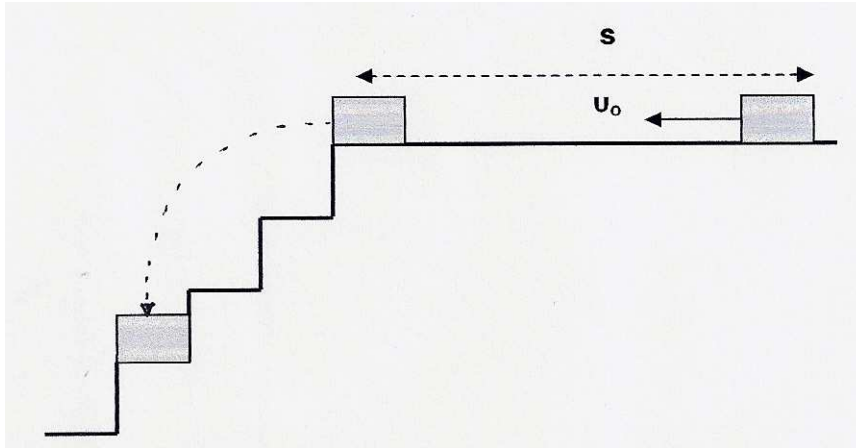
(Απ.: 6 s,  $100 \text{ m/s}$ - $\epsilon\phi\theta=3/4$ , 480 m,  $\gamma=x^2/1280$ )

6. Μικρός ξύλινος κύβος με μάζα  $m$  ξεκινά με ταχύτητα  $u_0=3,2 \text{ m/s}$  ολισθαίνει διανύοντας διάστημα κατά μήκος του πατώματος και κατόπιν πέφτει από την κορυφή σκάλας. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα και το πάτωμα είναι  $\mu_{ολ}=0,2$ . Ο κύβος χτυπά στο άκρο του τρίτου σκαλιού. Κάθε σκαλί έχει ύψος  $h=0,2 \text{ m}$  και πλάτος  $d=0,3 \text{ m}$ . Η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι  $g=9,8 \text{ m/s}^2$ . Να θεωρήσετε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

α. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που αφήνει την κορυφή της σκάλας;

β. Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος όταν ολισθαίνει στο πάτωμα;

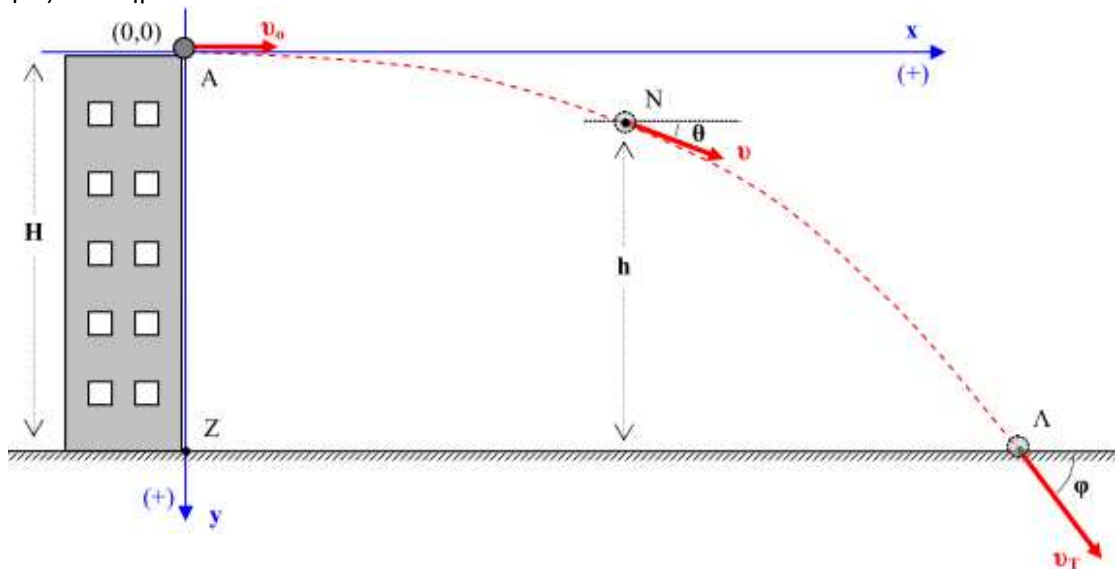
γ. Ποιο είναι το διάστημα  $s$  που διανύει το σώμα ολισθαίνοντας κατά μήκος του πατώματος;



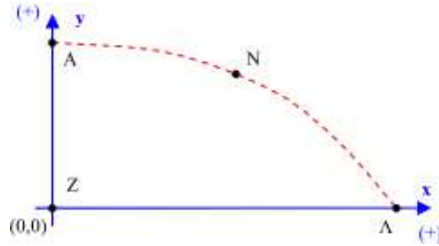
(Απ.: 2.57m/s, 1.96m/s<sup>2</sup>, 0.92m)

Πανελλήνιος Διαγωνισμός Φυσικής 2008

**7 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Μεταλλική σφαίρα μάζας  $m=0,4$  kg εκτοξεύεται οριζόντια από την άκρη Α της ταράτσας κτιρίου ύψους  $H=20$  m, με ταχύτητα μέτρου  $u_0=20$  m/s και πέφτει στο έδαφος στο σημείο Λ.



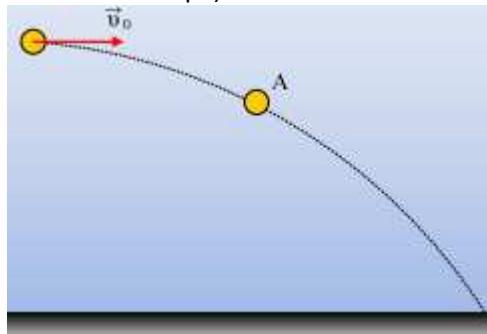
- α. Να βρείτε το συνολικό χρόνο κίνησης της σφαίρας.
- β. Στο σύστημα συντεταγμένων του παραπάνω σχήματος να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Z και Λ.
- γ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας  $u_f$  της σφαίρας, αμέσως πριν αυτό φτάσει στο έδαφος.
- δ. Κάποια στιγμή η σφαίρα περνά από το σημείο N που απέχει οριζόντια από το σημείο βολής 20 m. Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου;
- ε. Πόσο απέχει το σημείο N από το έδαφος;
- στ. Να υπολογισθεί η εφθ στο σημείο N.
- ζ. Ποιο είναι το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας στο σημείο N;
- η. Να υπολογίσετε την εξίσωση της τροχιάς της σφαίρας.
- θ. Αν θεωρήσουμε το σύστημα συντεταγμένων του σχήματος στο τέλος της άσκησης, πως τροποποιείται η εξίσωση της τροχιάς της σφαίρας.
- ι. Πόση είναι η απόσταση ΑΛ;
- ια. Αν η μηχανική ενέργεια της σφαίρας είναι 80 J, πόση είναι η δυναμική της ενέργεια στο σημείο N;
- ιβ\*. Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας στο σημείο N;



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$  και ότι οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

(Απ.:  $2 \text{ s}$ ,  $(0, 20)$  και  $(40, 20)$ ,  $28 \text{ m/s}$  υπό  $45^\circ$ ,  $(20, 5)$ ,  $15 \text{ m}$ ,  $0,5$ ,  $10 \text{ m/s}^2$ ,  $0,0125 \cdot x^2$ ,  $20-0,0125 \cdot x^2$ ,  $46 \text{ m}$ ,  $-20 \text{ J}$ )

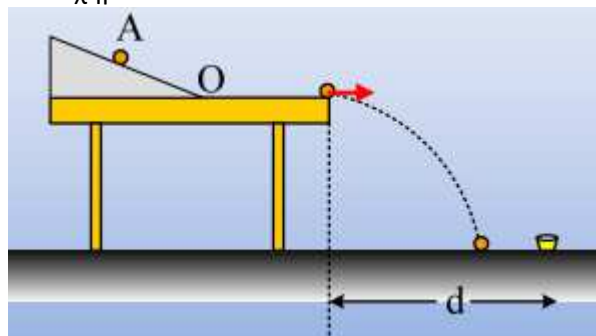
**8 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $u_0$ , από ορισμένο ύψος και μετά από λίγο βρίσκεται σε σημείο A, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, έχοντας μετακινηθεί κατά  $20 \text{ m}$  οριζόντια και κατά  $5 \text{ m}$  κατακόρυφα.



- Ποια η τιμή της ταχύτητας εκτόξευσης  $u_0$ ;
  - Βρείτε την ταχύτητα του σώματος στο σημείο A.
  - Ποια η τιμή της γωνίας μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης στο A;
  - Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος η ταχύτητά του σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο. Από ποιο ύψος έγινε η εκτόξευση του σώματος;
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ , καθώς και ότι  $\epsilon\phi 26,5^\circ=0,5$ .

(Απ.:  $20 \text{ m/s}$ ,  $10 \cdot \sqrt{5} \text{ m/s}$ ,  $63,5^\circ$ ,  $20 \text{ m}$ )

**9 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Πάνω σε ένα τραπέζι, τοποθετούμε ένα κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Στο έδαφος και σε οριζόντια απόσταση  $d=40 \text{ cm}$  από την άκρη του τραπεζιού, τοποθετούμε ένα μικρό πλαστικό ποτήρι. Σε σημείο A με  $(OA)=9 \text{ cm}$  αφήνουμε μία μπίλια, η οποία αφού κινηθεί χωρίς τριβές, φτάνει στην άκρη του τραπεζιού και πέφτει σε απόσταση  $10 \text{ cm}$  πριν από το ποτήρι, όπως στο σχήμα.

Σε πόση απόσταση από το A πρέπει να αφήσουμε την μπίλια, επαναλαμβάνοντας το πείραμα, ώστε η μπίλια να πέσει μέσα στο ποτήρι; Οι τριβές και οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

(Απ.:  $7 \text{ cm}$ )

**B. ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ**

10. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας  $R=2\text{ m}$  με συχνότητα  $f=0,2\text{ Hz}$ . Να βρείτε:

- Την περίοδο περιστροφής του σώματος.
- Την ταχύτητα περιστροφής του σώματος.
- Την κεντρομόλο επιτάχυνση.

(Απ.:  $5\text{ s}$ ,  $2.5\text{ m/s}$ ,  $3.15\text{ m/s}^2$ )

11. Δύο ποδηλάτες αρχίζουν να κινούνται ταυτόχρονα πάνω σε κύκλο ακτίνας  $R=(200/\pi)\text{ m}$ , κινούμενοι αντίθετα. Αν οι ταχύτητές τους είναι αντίστοιχα  $12\text{ m/s}$  και  $8\text{ m/s}$  να βρείτε πότε οι ποδηλάτες θα συναντηθούν για πρώτη και για τρίτη φορά.

(Απ.:  $20\text{ s}$ ,  $60\text{ s}$ )

12. Δύο δρομείς αρχίζουν να κινούνται ταυτόχρονα πάνω σε κύκλο ακτίνας  $R=(100/\pi)\text{ m}$ , κινούμενοι προς την ίδια κατεύθυνση. Αν οι ταχύτητές τους είναι αντίστοιχα  $8\text{ m/s}$  και  $6\text{ m/s}$  να βρείτε μετά από πόσο χρόνο οι δρομείς θα συναντηθούν για πρώτη και για δεύτερη φορά.

(Απ.:  $100\text{ s}$ ,  $200\text{ s}$ )

13. Αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και διανύει διάστημα  $S=7200\text{ m}$  σε χρόνο  $t=8\text{ min}$ . Ο τροχός κάνει συνολικά για το διάστημα αυτό  $n=3500$  στροφές. Να βρείτε:

- Την συχνότητα και την περίοδο περιστροφής.
- Την ταχύτητα.
- Την ακτίνα του κάθε τροχού και την κεντρομόλο επιτάχυνση κάθε σημείου της περιφέρειας του τροχού.

(Απ.:  $7.3\text{ Hz}$ - $0.137\text{ s}$ ,  $15\text{ m/s}$ ,  $0.32\text{ m}$ - $703\text{ m/s}^2$ )

14. Έχουμε ένα σύστημα δύο τροχών οι οποίοι περιστρέφονται ταυτόχρονα συνδεδεμένοι με ιμάντα. Οι ακτίνες των τροχών είναι αντίστοιχα  $R_1=0,25\text{ m}$  και  $R_2=0,5\text{ m}$ . Αν η γωνιακή ταχύτητα με την οποία περιστρέφεται ο μικρός τροχός είναι  $\omega_1=10\text{ rad/s}$ , να εκτιμήσετε:

- Την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μεγάλου τροχού.
- Τις συχνότητες περιστροφής των δύο τροχών.
- Την κοινή τιμή της γραμμικής ταχύτητας, με την οποία κινούνται κυκλικά όλα τα σημεία της περιφέρειας τους. Να σχολιάσετε την φορά περιστροφής των δύο τροχών.

(Απ.:  $5\text{ rad/s}$ ,  $5/\pi\text{ Hz}$ - $5/2\pi\text{ Hz}$ ,  $2.5\text{ m/s}$  ομόρροπη)

15. Ένας δίσκος στρέφεται κάνοντας 2 στροφές σε κάθε δευτερόλεπτο. Θεωρούμε ένα σημείο A του δίσκου που απέχει απόσταση R από το κέντρο του. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:

- Της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής, της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής, του μήκους τόξου και της γωνίας στροφής, σαν συνάρτηση του χρόνου, αν η απόσταση R θεωρηθεί σταθερή.
- Της γωνιακής ταχύτητας και της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής σαν συνάρτηση της ακτίνας R.

16. Στο άτομο του υδρογόνου το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $r=4\cdot 10^{-10}\text{ m}$ . Να υπολογίσετε:

- Την δύναμη Coulomb.
- Την γραμμική ταχύτητα του ηλεκτρονίου.

γ. Την συχνότητα περιφοράς του ηλεκτρονίου.  
Δίνονται  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_e=10^{-30}$  kg,  $k_{ηλ}=9 \cdot 10^9$  N.m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.  
(Απ.:  $14,4 \cdot 10^{-10}$  N,  $8 \cdot 10^5$  m/s,  $(1/\pi) \cdot 10^{15}$  Hz)

**17 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Ένα σώμα μάζας 2 kg κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου, οπότε μέσα σε χρονικό διάστημα 2 s, διαγράφει γωνία 45°, σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $R=2$  m. Ζητούνται:

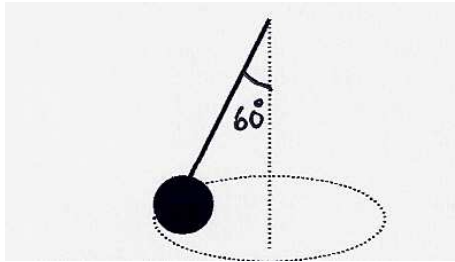
- Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.
- Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής.
- Η συνιστάμενη δύναμη που ασκείται στο σώμα.
- Η μεταβολή της ταχύτητας μέσα σε χρονικό διάστημα 8 sec.

(Απ.: 0,39 rad/s, 0,79 m/s, 0,62 N, -1,58 m/s)

**18.** Κωνικό εκκρεμές αποτελείται από μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας και μήκους  $L=3$  m. Στο άκρο του νήματος είναι στερεωμένο σώμα μάζας  $m=1$  kg το οποίο διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά με σταθερή συχνότητα ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφη, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθούν:

- Η τάση του νήματος.
- Η περίοδος του κωνικού εκκρεμούς.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.



(Απ.: 20 N, 2.43 s)

**19.** Ένα σώμα μάζας  $m=2$  kg δένεται από την άκρη νήματος μήκους  $L=2$  m και αρχίζει να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο κύκλο με γραμμική ταχύτητα 5 m/s. Αν δίνεται  $g=10$  m/s<sup>2</sup> να βρείτε την τάση του νήματος:

- Στην κατώτερη θέση της κίνησης.
- Στην ανώτερη θέση της κίνησης.

(Απ.: 45 N, 5 N)

**20.** Ένα σώμα μάζας 1 kg, που βρίσκεται στον ισημερινό της γης έχει βάρος 9,78 N. Αφού πρώτα υπολογιστεί η κεντρομόλος δύναμη στο σώμα λόγω της περιστροφής της Γης, να υπολογισθεί εν συνεχεία η πραγματική βαρυτική έλξη που δέχεται το σώμα από τη Γη. Δίνεται η ακτίνα της Γης  $R=6400$  km και θεωρείται γνωστή η περίοδος περιστροφής της Γης.

(Απ.: 0.03 N, 9.81 N)

**21.** Ένας ποδηλάτης κινείται σε οριζόντιο δάπεδο διαγράφοντας κυκλική τροχιά ακτίνας 10 m με ταχύτητα  $υ$ . Αν η κλίση του ποδηλάτη κατά την διάρκεια της κυκλικής κίνησης είναι  $\phi=65^\circ$  (γωνία μεταξύ ποδηλάτη και οριζόντιου επιπέδου) να υπολογισθούν:

- Η κεντρομόλος επιτάχυνση και η ταχύτητα του ποδηλάτη.
- Πόση είναι η κεντρομόλος δύναμη και πόση η δύναμη  $F$  που εξασκείται από το έδαφος στο ποδήλατο;  
γ. Αφού αναλυθεί η δύναμη  $F$  σε κατακόρυφη και οριζόντια συνιστώσα, να εξηγηθεί η προέλευση της καθεμιάς.

Δίνεται ότι η συνολική μάζα ποδηλάτη και ποδηλάτου είναι  $m=80$  kg, η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10$  m/s<sup>2</sup> και ότι  $\eta\mu\phi=0,9$  και  $\sigma\upsilon\nu\phi=0,42$ .

(Απ.: 6.9 m/s- 4.7 m/s<sup>2</sup>, 376 N-875 N)

22. Ένας κοίλος κατακόρυφος κύλινδρος έχει ακτίνα  $r=1$  m και περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του  $\gamma\gamma$ . Στην εσωτερική επιφάνεια του κυλίνδρου τοποθετείται σώμα μικρού πάχους το οποίο έχει συντελεστή οριακής τριβής  $\mu_{op}$  με την επιφάνεια του κυλίνδρου.

α. Να σχεδιάσετε την διάταξη και να σημειώσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

β. Πόση θα πρέπει να είναι η ελάχιστη συχνότητα περιστροφής του κυλίνδρου ώστε το σώμα να περιστρέφεται μαζί με τον κύλινδρο χωρίς να πέφτει;

Δίνονται  $\mu_{op}=0,4$  και  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

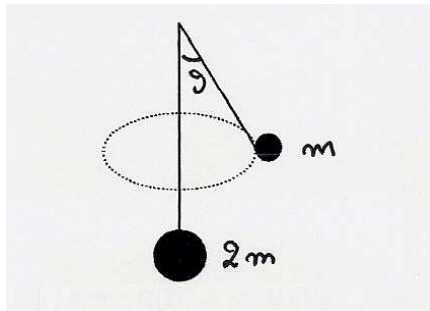
(Απ.: 0.8 Hz)

23. Δύο σφαίρες που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$ , συνδέονται με νήμα που περνάει μέσα από στερεωμένο λείο δακτυλίδι. Η μάζα  $m$  περιστρέφεται σαν κωνικό εκκρεμές μήκους  $L=1,25$  m και η άλλη μένει ακίνητη. Να βρεθούν:

α. Η γωνία  $\theta$  που σχηματίζουν τα δύο τμήματα του νήματος.

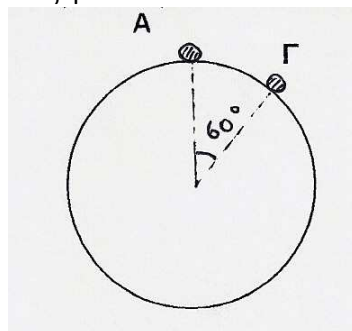
β. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

Δίνεται  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.



(Απ.: 60°, 4 rad/s)

24. Σώμα μάζας  $m=2$  kg αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή ημικυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας  $R=1$  m όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν η ταχύτητα του σώματος στη θέση Γ είναι  $u=2$  m/s και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g=10$  m/s<sup>2</sup>, να βρείτε την δύναμη που το σώμα ασκεί στην ημικυλινδρική επιφάνεια στις θέσεις Α και Γ.

(Απ.: 20 N, 2 N)

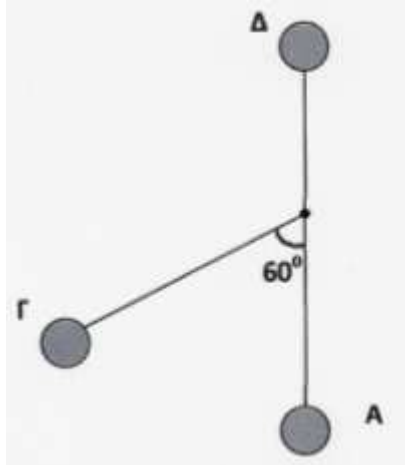
25 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Ένα σώμα μάζας  $m=2$  kg στρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο, δεμένο στο άκρο μη εκτατού νήματος μήκους  $l=1,6$  m.

α. Αν στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του η γραμμική του ταχύτητα του είναι 4 m/s, ποια είναι η τάση του νήματος σε αυτή την θέση.

β. Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, την οποία πρέπει να έχει το σώμα στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του, ώστε να μπορεί να διαγράψει κύκλο με ασφάλεια; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: 40 N, 4 m/s)

26. Σώμα μάζας  $m=1 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους  $l=0,5 \text{ m}$  και εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Το σώμα στα σημεία A, Γ και Δ έχει ταχύτητα με μέτρο  $u_A=5 \text{ m/s}$ ,  $u_\Gamma=\sqrt{15} \text{ m/s}$  και  $u_\Delta=\sqrt{5} \text{ m/s}$  αντίστοιχα.

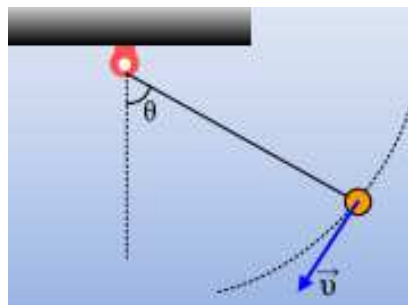
α. Να βρείτε την κεντρομόλο δύναμη σε καθένα από τα σημεία A, Γ και Δ.

β. Να βρείτε την τάση του νήματος σε καθένα από τα σημεία A, Γ και Δ.

γ. Στο σημείο Δ θα βρείτε την τάση του νήματος μηδέν. Ποια είναι εκεί η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη στο σημείο Δ; Δίνεται  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.: 50 N, 30 N και 10 N, 60 N, 35 N και 0 N)

27 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Ένα σώμα μάζας  $m=2 \text{ kg}$  στρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο, δεμένο στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους  $l=1 \text{ m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $\theta=60^\circ$  με την κατακόρυφο, έχει γραμμική ταχύτητα  $u=2 \text{ m/s}$ . Για τη θέση αυτή να βρείτε:



α. Την κεντρομόλο επιτάχυνση.

β. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

γ. Τον ρυθμό μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας.

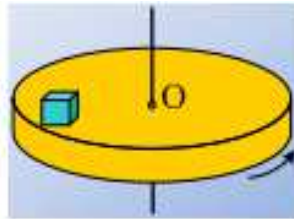
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ.:  $4 \text{ m/s}^2$ , 18 N,  $5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$ )

**28 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ).** Ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα  $f=0,2$  Hz. Ένα σώμα μάζας  $m=0,5$  kg παρουσιάζει με την επιφάνεια του δίσκου συντελεστή οριακής τριβής  $\mu_s=0,4$ .

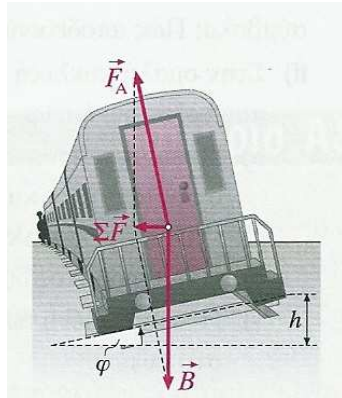
α. Τοποθετούμε το σώμα Α σε απόσταση 1 m από το κέντρο του δίσκου. Πόση τριβή δέχεται το σώμα;

β. Έχοντας τοποθετήσει πάνω στον δίσκο το σώμα Α, αυξάνουμε σιγά-σιγά την συχνότητα περιστροφής του δίσκου. Ποια η μέγιστη συχνότητα περιστροφής που μπορεί να αναπτύξει ο δίσκος χωρίς να ολισθήσει το σώμα;  
Δίνεται  $g=10$  m/s<sup>2</sup> και  $\pi^2 \approx 10$ .



(Απ.: 0,8 N, 0,32 Hz)

**29 (Σαββάλας).** Μια σιδηροδρομική γραμμή έχει στροφή ακτίνας  $R = 160\sqrt{3}$  m, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



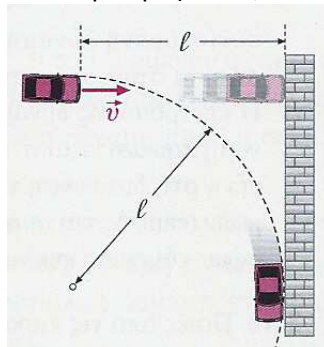
α. Να εξηγήσετε γιατί η εξωτερική τροχιά είναι τοποθετημένη ψηλότερα σε σχέση με την εσωτερική.

β. Αν οι σιδηροτροχιές απέχουν μεταξύ τους  $l=1,5$  m και το τρένο παίρνει με ασφάλεια τη στροφή με ταχύτητα  $u=144$  km/h, να βρείτε την υψομετρική διαφορά μεταξύ των σιδηροτροχιών.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

(Απ.: 0,75 m)

**30 (Σαββάλας).** Το μικρό όχημα του ακόλουθου σχήματος τρέχει με ταχύτητα  $\vec{v}$  και βρίσκεται σε απόσταση  $l$  από τον τοίχο. Στη θέση αυτή ο οδηγός θέτει σε εφαρμογή τα φρένα, οπότε οι τροχοί δεν περιστρέφονται, αλλά ολισθαίνουν στον δρόμο:



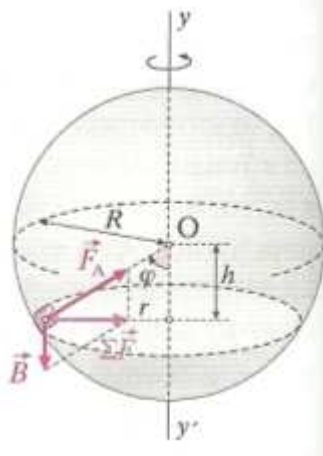


α. Να αποδείξετε ότι για να αποφύγει το όχημα με τη σύγκρουση με τον τοίχο, πρέπει ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των ελαστικών του οχήματος και του οδοστρώματος να έχει τιμή  $\mu = \frac{v^2}{2 \cdot l \cdot g}$ .

β. Αν ο οδηγός, για να αποφύγει την σύγκρουση με τον τοίχο, αποφασίσει να εκτελέσει κυκλική κίνηση, όπου η στατική τριβή θα είναι η αναγκαία κεντρομόλος δύναμη, να αποδείξετε ότι η τιμή της συντελεστή στατικής τριβής πρέπει να είναι διπλάσια από την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης, δηλαδή πρέπει να ισχύει  $\mu_s = 2\mu = \frac{v^2}{l \cdot g}$

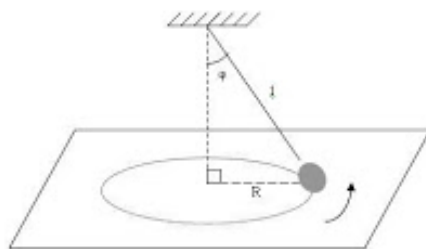
**31 (Σαββάλας).** Η κοίλη σφαίρα του ακόλουθου σχήματος, ακτίνας  $R=0,5$  m, στρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα  $yy'$  με σταθερή συχνότητα  $f$ . Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας  $10$  g, ισορροπεί σε σχέση με τη σφαίρα στο εσωτερικό της σε κατακόρυφη απόσταση  $h=0,4$  m από το κέντρο  $O$ . Αν αγνοήσουμε τις τριβές, να βρεθούν:

- η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του σώματος,
- η δύναμη που το σώμα δέχεται από το εσωτερικό της επιφάνειας,
- η συχνότητα της περιστροφής της σφαίρας.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .  
(Απ.: **0,3 m, 0,125 N, 0,8 Hz**)

**32 (learnfromphysics).** Σφαίρα είναι δεμένη στο ένα άκρο ενός νήματος μήκους  $l=1\text{m}$ , ενώ το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο υπό γωνία  $\phi$  με την κατακόρυφη. Η διάταξη αυτή ονομάζεται κωνικό εκκρεμές και φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Αναγκάζουμε τη σφαίρα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας  $R=0,6$  m σε οριζόντιο επίπεδο. Αν η μάζα του σώματος είναι  $m=2$  kg και  $g=10$  m/s<sup>2</sup>, να υπολογίσετε



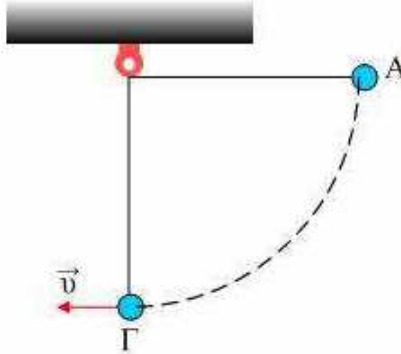
- το μέτρο της τάσης του νήματος.
- η κινητική ενέργεια περιστροφής και το έργο της τάσης του νήματος.

- γ. η κεντρομόλος επιτάχυνση.  
δ. η περίοδος περιστροφής.

(Απ.: 25 N, 4,5 J, 0 J, 7,5 m/s<sup>2</sup>,  $\frac{2\pi\sqrt{2}}{5}$  sec)

### Γ. Η ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΗΝ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

33. Ένα σώμα μάζας 2 kg ηρεμεί στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους 45 cm. Φέρνουμε το σώμα στη θέση Α (όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα) μέχρι το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε ελεύθερο.



- α. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος στη θέση Γ.  
β. Να βρείτε την τάση του νήματος στη θέση Γ.  
γ. Να βρείτε την τάση του νήματος σε μία θέση Δ, που το νήμα σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο.  
δ. Αν το όριο θραύσεως του νήματος είναι 300 N, ποια η μέγιστη τιμή της μάζας του σώματος, ώστε το νήμα να μην σπάσει;  
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

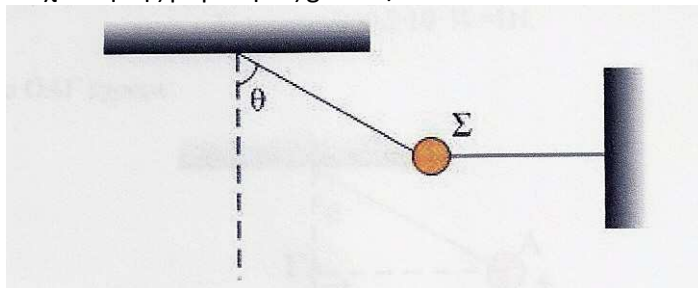
(Απ.: 3 m/s, 60 N, 30 N, 10 kg)

34 (ΥΛΙΚΟΝΕΤ). Η σφαίρα Σ μάζας 0,2 kg ισορροπεί δεμένη με δύο νήματα (1) και (2), όπου το (1) σχηματίζει γωνία  $\theta=60^\circ$  με την κατακόρυφο, ενώ το (2) είναι οριζόντιο, όπως στο σχήμα που ακολουθεί.

Κόβουμε το οριζόντιο νήμα με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί. Να βρεθεί η τάση του νήματος (1), του οποίου το μήκος είναι ίσο με 1 m:

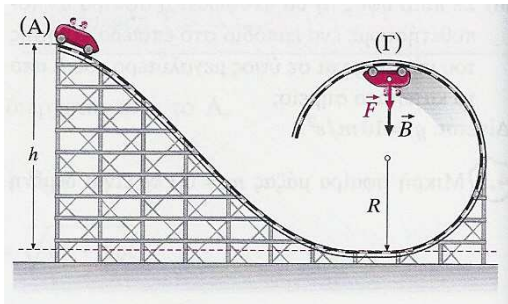
- Α. Πριν κοπεί το οριζόντιο νήμα.  
Β. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος  
Γ. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .



(Απ.: 4 N, 1 N, 4 N)

**35 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ).** Το μικρό καροτσάκι του παρακάτω σχήματος, που έχει μάζα  $m=10$  kg, αφήνεται από τη θέση Α του ακόλουθου σχήματος, η οποία βρίσκεται σε ύψος  $h=20$  m, για να κάνει την ανακύκλωση. Ο κύκλος έχει ακτίνα  $R=5$  m και οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



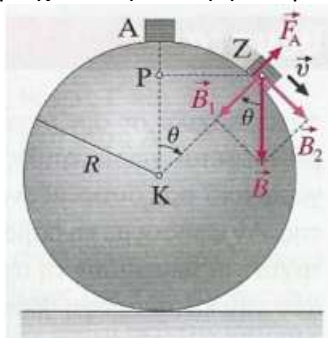
α. Στην ανώτατη θέση του κύκλου να βρείτε:

- i) την ταχύτητα που έχει το καροτσάκι,
- ii) τις δυνάμεις που ασκούνται στο καροτσάκι.

β. Ποιο είναι το ελάχιστο ύψος  $h_{\max}$  από το οποίο πρέπει να αφήσουμε το καροτσάκι, ώστε αυτό να κάνει με ασφάλεια ανακύκλωση; Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

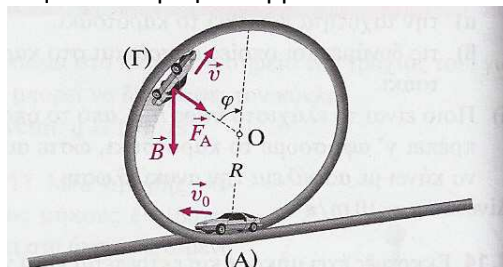
(Απ.:  $10\sqrt{2}$  m/s , 300 N, 12,5 m)

**36 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ).** Στο ψηλότερο σημείο μιας μεγάλης ακλόνητης σφαίρας ακτίνας  $R$ , ηρεμεί σώμα μικρών διαστάσεων. Με μία πολύ μικρή ώθηση που δίνουμε στο σώμα αυτό, το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει στη λεία σφαιρική επιφάνεια. Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας  $\theta$  στη θέση όπου το σώμα χάνει την επαφή του με τη σφαιρική επιφάνεια.



(Απ.:  $\cos\theta=2/3$ )

**37 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ).** Παιδικό αυτοκινητάκι μάζας  $m=1$  kg κινείται σε κατακόρυφη κυκλική στεφάνη ακτίνας  $R=1$  m. Στο κατώτατο σημείο της τροχιάς του το αυτοκινητάκι έχει ταχύτητα μέτρου  $v_0=10$  m/s. Όταν το αυτοκινητάκι περνά από τη θέση Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ σχηματίζει γωνία  $\phi=60^\circ$  με την κατακόρυφο να βρείτε:

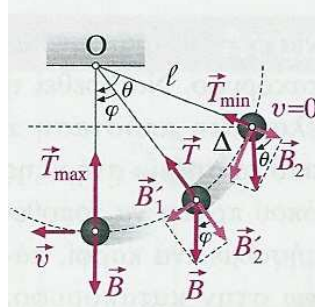


- α. την ταχύτητά του,
- β. τη δύναμη που δέχεται από την στεφάνη.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

(Απ.:  $\sqrt{70}$  m/s, 65 N)

**38 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ).** Ένα σφαιρίδιο μάζας  $m$  είναι κρεμασμένο από αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους  $l$ . Εκτρέπουμε το νήμα με το σφαιρίδιο κατά γωνία  $\theta$  από την κατακόρυφη θέση, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Αν στη συνέχεια αφήσουμε το σφαιρίδιο ελεύθερο, αυτό θα κάνει αιωρήσεις.

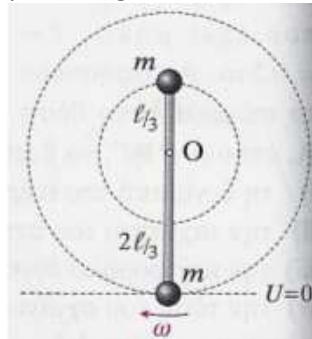
α. Σε ποια θέση η τάση του νήματος  $\vec{T}$  παίρνει τη μέγιστη τιμή της και σε ποια την ελάχιστη;

β. Να βρείτε τη γωνία  $\theta$  ώστε η μέγιστη τάση του νήματος, κατά την αιώρηση, να είναι τετραπλάσια της ελάχιστης τάσης.

Το  $g$  θεωρείται γνωστό.

(Απ.:  $T_{\min} = m \cdot g \cdot \cos\theta$ ,  $T_{\max} = mg + 2mg(1 - \cos\theta)$ ,  $60^\circ$ )

**39 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ).** Μια αβαρής ράβδος μήκους  $l = 150 \text{ cm}$  έχει στα άκρα της δεμένα στο σφαιρίδια. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από έναν οριζόντιο άξονα που απέχει από το ένα άκρο της  $50 \text{ m}$ . Αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Να βρείτε την ελάχιστη γωνιακή ταχύτητα που πρέπει να δώσουμε στη ράβδο, ώστε αυτή να μπορέσει να κάνει πλήρη περιστροφή. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



(Απ.:  $4 \text{ rad/sec}$ )

**40 (ΣΑΒΒΑΛΑΣ).** Ένα σώμα είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο νήματος και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Να αποδείξετε ότι για τα μέτρα των τάσεων  $\vec{T}_1$  και  $\vec{T}_2$  στην κατώτερη και ανώτερη θέση αντίστοιχα ισχύει:  $T_1 - T_2 = 6 \cdot m \cdot g$ .

