ΚΕΦΑΛΑΙΑ 1.2 - 1.3

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

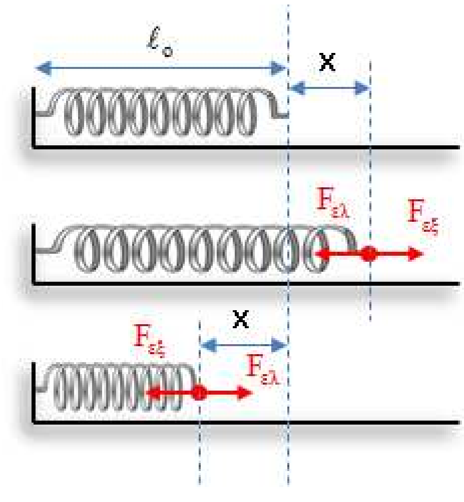
Δύναμη **ονομάζεται το αίτιο της παραμόρφωσης των σωμάτων ή της μεταβολής της κινητικής τους κατάστασης (δηλαδή ταχύτητας).**

Με άλλα λόγια, ένα σώμα χρειάζεται να δεχτεί δύναμη για να επιταχύνει, να επιβραδύνει ή να στρίψει όταν κινείται ή να παραμορφωθεί.

Η δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό με μέτρο, κατεύθυνση και σημείο εφαρμογής (το σώμα στο οποίο ασκείται η δύναμη) και μονάδα μέτρησης στο S.I. το 1 N.
Οι δυνάμεις στη φύση διακρίνονται σε αυτές που ασκούνται:
α. Με επαφή των σωμάτων (π.χ. τριβή, άνωση, δύναμη ελατηρίου κ.λ.π.).
β. Από απόσταση (π.χ. βαρυτικές, ηλεκτρικές, μαγνητικές δυνάμεις).

Δύναμη και παραμόρφωση:
Αν η παραμόρφωση ενός σώματος παύει να υφίσταται όταν σταματήσει να ασκείται πάνω του δύναμη, ονομάζεται ελαστική παραμόρφωση. Αλλιώς ονομάζεται πλαστική παραμόρφωση. Παράδειγμα ελαστικής παραμόρφωσης είναι η παραμόρφωση ενός ελατηρίου, η οποία είναι ανάλογη της δύναμης που την προκαλεί. Όταν σε ελατήριο με φυσικό μήκος l_o ασκηθεί δύναμη η οποία το παραμορφώσει (δηλαδή του αλλάξει το μήκος κατά x-βλέπε σχήμα 1), το ελατήριο θα ασκεί δύναμη ανάλογη της παραμόρφωσής του, η οποία θα δίνεται από τον νόμο του Hooke:

$$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda}=-k.x} \qquad (1)$$



Σχήμα 1

Νόμος του Hooke:
$\mathbf{F_{\varepsilon\lambda}=-k.x}$

Το αρνητικό πρόσημο εκφράζει το γεγονός του ότι η δύναμη του ελατηρίου έχει πάντα φορά αντίθετη της παραμόρφωσης του ελατηρίου, προσπαθώντας να επαναφέρει το ελατήριο στη θέση του φυσικού του μήκους. Η σταθερά k ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου, μετριέται στο S.I. σε N/m και εκφράζει το πόσο σκληρό είναι ένα ελατήριο (μεγάλη τιμή του k σημαίνει σκληρό ελατήριο).

2. ΣΥΝΘΕΣΗ και ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Όταν σε ένα σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις μας ενδιαφέρει η εύρεση μιας δύναμης που αν ασκηθεί στο σώμα μόνη της, θα έχει τα ίδια αποτελέσματα με όλες τις άλλες δυνάμεις μαζί. Η δύναμη αυτή ονομάζεται **συνισταμένη δύναμη** (συνήθως συμβολίζεται με $\vec{F}_{ΟΛ}$ ή με $\sum \vec{\mathbf{F}}$) και η διαδικασία ονομάζεται **σύνθεση δυνάμεων.** Οι επιμέρους δυνάμεις των οποίων η σύνθεση δίνει την συνιστάμενη δύναμη ονομάζονται **συνιστώσες.**

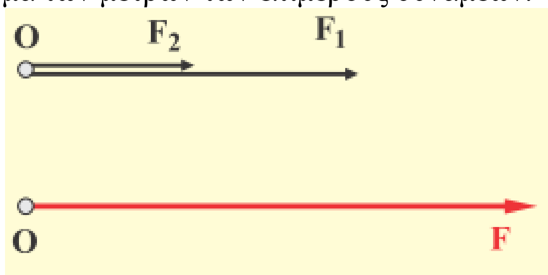
Ακολούθως περιγράφουμε την διαδικασία σύνθεσης δυνάμεων σε διάφορες περιπτώσεις, τονίζοντας ότι η διαδικασία σύνθεσης δυνάμεων είναι ίδια και για κάθε άλλο διανυσματικό μέγεθος. Δηλαδή με όποιον τρόπο συνθέτουμε (προσθέτουμε δηλαδή) δυνάμεις, προσθέτουμε και τα υπόλοιπα διανυσματικά μεγέθη.

2.1. Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων

Συγγραμμικές ονομάζονται οι δυνάμεις των οποίων οι διευθύνσεις βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία (δηλαδή οι φορείς τους ταυτίζονται).

2.1.1. Ομόρροπες δυνάμεις

Η συνισταμένη δύο ή περισσοτέρων ομόρροπων δυνάμεων (σχήμα 2) είναι μία δύναμη με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση των επιμέρους δυνάμεων και μέτρο ίσο με το άθροισμα των μέτρων των επιμέρους δυνάμεων.

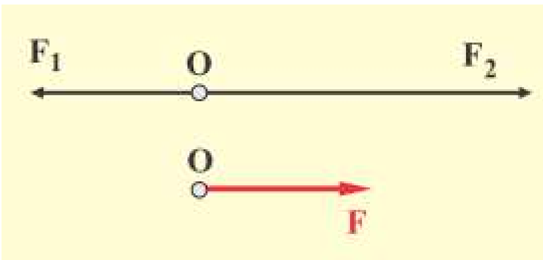


Σχήμα 2

$$\mathbf{F=F_1+F_2} \qquad (2)$$

2.1.2. Αντίρροπες δυνάμεις

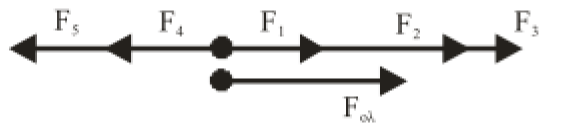
Η συνισταμένη δύο αντίρροπων δυνάμεων (σχήμα 3) είναι μία δύναμη με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της μεγαλύτερης κατά μέτρο από τις δύο επιμέρους δυνάμεις και μέτρο ίσο με την διαφορά των μέτρων των επιμέρους δυνάμεων.



Σχήμα 3

$$\mathbf{F=F_2-F_1} \qquad (3)$$

Στην περίπτωση που έχουμε να συνθέσουμε πολλές συγγραμμικές δυνάμεις επιλέγουμε μία κατεύθυνση ως θετική και προσθέτουμε τις αλγεβρικές τιμές τους, δηλαδή αθροίζουμε τα μέτρα των δυνάμεων με θετική κατεύθυνση και αφαιρούμε τα μέτρα των δυνάμεων με αρνητική κατεύθυνση. Π.χ. στο παράδειγμα που φαίνεται ακολούθως στο σχήμα 4, για να βρούμε την συνισταμένη δύναμη $F_{ΟΛ}$ θα έχουμε:



Σχήμα 4

Η αλγεβρική της συνιστάμενης δύναμης υπολογίζεται από την σχέση:

$$\mathbf{F_{ΟΛ}=F_1+F_2+F_3-F_4-F_5}$$

ενώ αν το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός αυτό σημαίνει ότι η κατεύθυνση της $F_{ΟΛ}$ είναι προς τα θετικά (δεξιά) και αν είναι αρνητικός αριθμός είναι προς τα αρνητικά (αριστερά). Το μέτρο δε της συνιστάμενης δύναμης θα είναι η απόλυτη τιμή της αλγεβρικής τιμής.

Έτσι αν π.χ. έχουμε F_1=3 N, F_2=7 N, F_3=9 N, F_4=4 N και F_5=6 N, τότε:

$F_{ΟΛ}$=3+7+9-4-6=9 N με κατεύθυνση προς δεξιά (όπως στο σχήμα 4) και μέτρο 9 N,

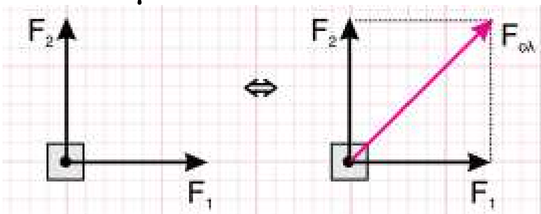
ενώ αν έχουμε F_1=3 N, F_2=5 N, F_3=6 N, F_4=9 N και F_5=12 N, τότε:

$F_{ΟΛ}$=3+5+6-9-12=-7 N με κατεύθυνση προς αριστερά (αντίθετη από το σχήμα 4) και μέτρο 7 N.

<u>2.2. Σύνθεση μη συγγραμμικών δυνάμεων</u>

Σε κάθε περίπτωση όταν έχουμε να συνθέσουμε δύο μη συγγραμμικές δυνάμεις εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου, δηλαδή αφού φέρουμε τα διανύσματα των δύο δυνάμεων να έχουν κοινή αρχή, από το άκρο κάθε διανύσματος φέρνουμε παράλληλη προς το άλλο διάνυσμα (όπως φαίνεται στα σχήματα 5 και 6) ώστε να σχηματιστεί παραλληλόγραμμο. Στην συνέχεια φέρνουμε την διαγώνιο του παραλληλογράμμου που ξεκινά από την κοινή αρχή των διανυσμάτων και αυτή η διαγώνιος είναι ουσιαστικά η συνισταμένη των δύο μη συγγραμμικών δυνάμεων. Διακρίνουμε τις εξής δύο περιπτώσεις:

2.2.1. Σύνθεση καθέτων δυνάμεων



Σχήμα 5

Το μέτρο της συνιστάμενης δύναμης υπολογίζεται με εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος, δηλαδή:

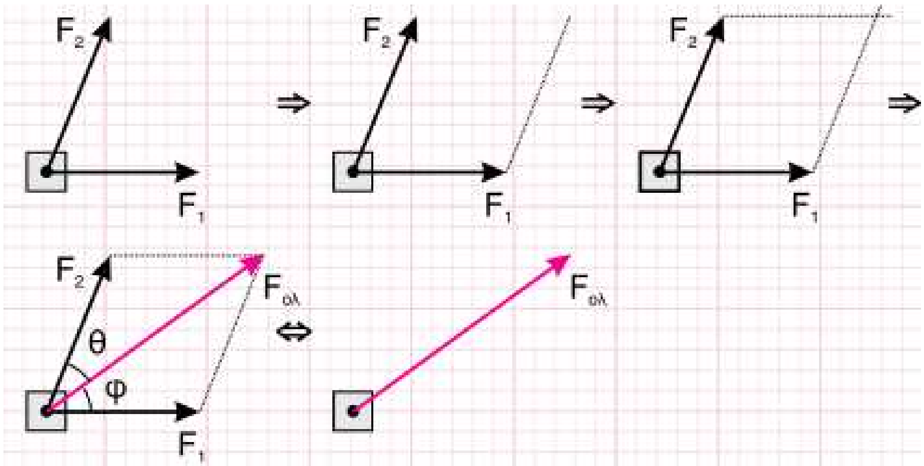
$$\mathbf{F_{ΟΛ}} = \sqrt{\mathbf{F_1}^2 + \mathbf{F_2}^2} \qquad (4)$$

ενώ η κατεύθυνση της δύναμης υπολογίζεται με την βοήθεια της τριγωνομετρίας ως εξής:

Αν θ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της $\vec{\mathbf{F}}_{ΟΛ}$ και της $\vec{\mathbf{F}}_1$ τότε:

$$\mathbf{εφθ} = \frac{\mathbf{F_2}}{\mathbf{F_1}} \qquad (5)$$

2.2.2. Σύνθεση δύο δυνάμεων που σχηματίζουν τυχαία γωνία ω μεταξύ τους



Σχήμα 6

Το μέτρο της συνιστάμενης δύναμης υπολογίζεται με εφαρμογή της γενίκευσης του πυθαγορείου θεωρήματος, δηλαδή του νόμου των συνημιτόνων:

$$\mathbf{F_{ΟΛ}} = \sqrt{\mathbf{F_1}^2 + \mathbf{F_2}^2 + 2.\mathbf{F_1}.\mathbf{F_2}.\mathbf{συνω}} \qquad (6)$$

ενώ η κατεύθυνση της δύναμης υπολογίζεται με την βοήθεια της τριγωνομετρίας ως εξής:

Αν φ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της $\vec{\mathbf{F}}_{ΟΛ}$ και της $\vec{\mathbf{F}}_1$ τότε:

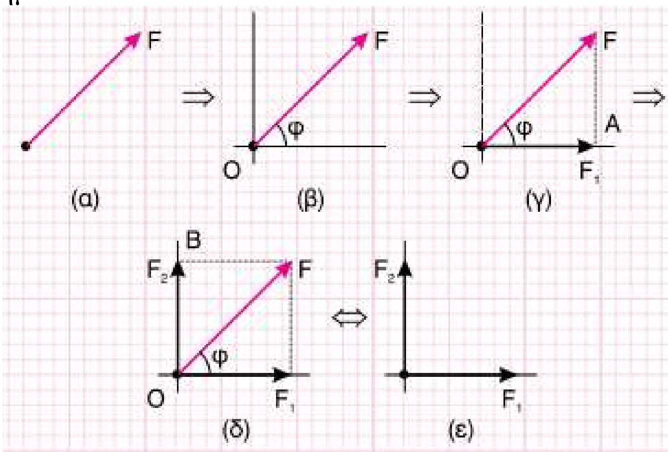
$$\mathbf{εφθ} = \frac{\mathbf{F_2}.\mathbf{ημω}}{\mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}.\mathbf{συνω}} \qquad (7.α)$$

ενώ αν θ η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της $\vec{\mathbf{F}}_{ΟΛ}$ και της $\vec{\mathbf{F}}_2$ τότε:

$$\mathbf{εφθ} = \frac{\mathbf{F_1}.\mathbf{ημω}}{\mathbf{F_2} + \mathbf{F_1}.\mathbf{συνω}} \qquad (7.β)$$

2.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

Αντίστροφη διαδικασία της σύνθεσης δυνάμεων είναι η ανάλυση δυνάμεων, μια διαδικασία με την οποία μία δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες των οποίων η συνισταμένη θα είναι προφανώς η αρχική δύναμη. Η διαδικασία φαίνεται ακολούθως το σχήμα 7.



Σχήμα 7

Αρχικά έχουμε μία δύναμη $\vec{F}$ (σχήμα 7.α) την οποία θέλουμε να αναλύσουμε σε δύο κάθετες συνιστώσες. Επιλέγουμε ένα σύστημα δύο ορθογωνίων (δηλαδή καθέτων) αξόνων (σχήμα 7.β) με κοινή αρχή την αρχή του διανύσματος $\vec{F}$. Η γωνία που σχηματίζει ο οριζόντιος x-άξονας με την δύναμη $\vec{F}$ έστω ότι είναι φ. Από το άκρο του διανύσματος της $\vec{F}$ φέρνω κάθετες στους δύο άξονες και έτσι σχηματίζω τις δύο συνιστώσες της $\vec{F}$, των οποίων η αρχή είναι η αρχή των καθέτων αξόνων και τέλος οι προβολές του άκρου της $\vec{F}$ στους δύο άξονες (σχήματα 7.γ, 7.δ και τέλος 7.ε).

Με την βοήθεια της τριγωνομετρίας έχουμε:

$$\text{συνφ} = \frac{\mathbf{F_1}}{\mathbf{F}} \Leftrightarrow \mathbf{F_1 = F.συνφ} \text{ και} \qquad (8.α)$$

$$\text{ημφ} = \frac{\mathbf{F_2}}{\mathbf{F}} \Leftrightarrow \mathbf{F_2 = F.ημφ} \qquad (8.β)$$

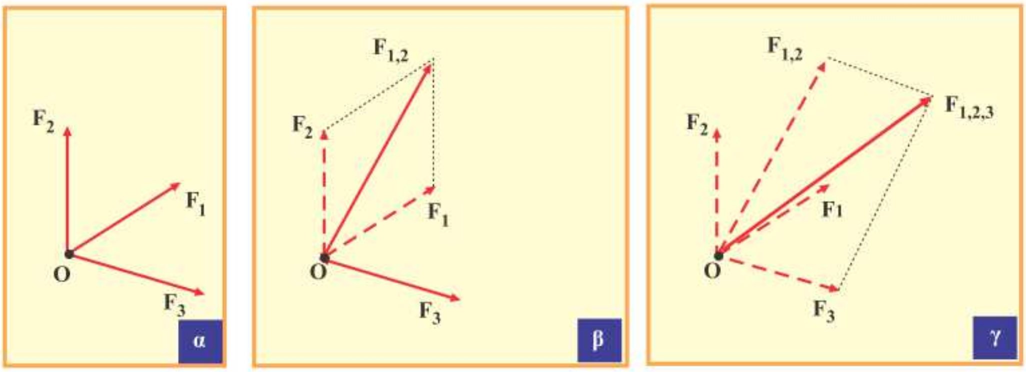
Παρατηρούμε ότι:

$$\mathbf{F = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2} \Leftrightarrow F = \sqrt{F_1{}^2.συν^2φ + F_2.ημ^2φ} = F}$$

Η ανάλυση δυνάμεων είναι μία από τις πιο σημαντικές διαδικασίες που πρέπει κάποιος να γνωρίζει στην επίλυση ασκήσεων με δυνάμεις, όπως ασκήσεις σύνθεσης πολλών μη συγγραμμικών δυνάμεων, ασκήσεις ισορροπίας, ασκήσεις με κινήσεις σε κεκλιμένα επίπεδα κ.λ.π.

2.4. Σύνθεση πολλών μη συγγραμμικών ομοεπίπεδων δυνάμεων

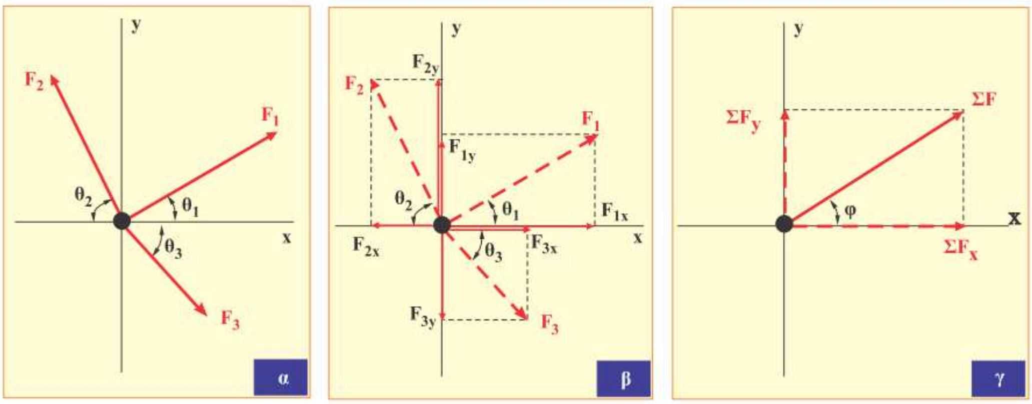
Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων που χουν κοινό σημείο εφαρμογής, μπορούμε να βρούμε τη συνισταμένη των δύο πρώτων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου και στη συνέχεια να συνθέσουμε τη δύναμη αυτή με την τρίτη δύναμη, τη νέα συνισταμένη με την τετάρτη, κ.ο.κ. μέχρι να τελειώσουν όλες οι δυνάμεις (σχήμα 8), μια διαδικασία που γενικά είναι συνήθως περίπλοκη και γι' αυτό δεν ενδείκνυται.



Σχήμα 8

Συνήθως εργαζόμαστε ως εξής: Σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, του οποίου η αρχή συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής των ομοεπιπέδων δυνάμεων, αναλύουμε όλες τις δυνάμεις σε συνιστώσες. Να σημειωθεί ότι η επιλογή του συστήματος αξόνων γίνεται έτσι ώστε να βρίσκονται πάνω στους άξονες όσες περισσότερες δυνάμεις είναι δυνατόν, ώστε να πρέπει να αναλυθούν όσο το δυνατόν λιγότερες.

Παρατηρούμε τότε, ότι όλες οι συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα, έχουν την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση και επομένως η σύνθεσή τους είναι εύκολη, όπως η σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων (σχήμα 9). Με τον τρόπο αυτό καταλήγουμε στην σύνθεση δύο δυνάμεων καθέτων μεταξύ τους. Αυτό φαίνεται αναλυτικά στο ακόλουθο παράδειγμα.



Σχήμα 9

Αναλύουμε της δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ σε κάθετες συνιστώσες πάνω στους x και y άξονες όπως περιγράψαμε στην 2.3 παράγραφο και με την βοήθεια της τριγωνομετρίας υπολογίζουμε τις συνιστώσες (σχήμα 9.β), οπότε θα έχουμε:

$\mathbf{F_1x = F_1 . συνθ_1}$ και $\mathbf{F_1y = F_1 . ημθ_1}$

$\mathbf{F_2x = F_2 . συνθ_2}$ και $\mathbf{F_2y = F_2 . ημθ_2}$

$\mathbf{F_3x = F_3 . συνθ_3}$ και $\mathbf{F_3y = F_3 . ημθ_3}$

Ακολούθως βρίσκουμε την συνισταμένη δύναμη σε κάθε άξονα (σχήμα 9.β):

$$\sum \mathbf{F_x = F_1x + F_3x - F_2x} \text{ και } \sum \mathbf{F_y = F_1y + F_2y - F_3y} \qquad (9)$$

και τέλος βρίσκουμε την συνισταμένη κατά μέτρο και κατεύθυνση (σχήμα 9.γ):

$$\sum \mathbf{F} = \sqrt{\sum \mathbf{F_x}^2 + \sum \mathbf{F_y}^2} \text{ και } \mathbf{εφφ} = \frac{\sum \mathbf{F_y}}{\sum \mathbf{F_x}} \qquad (10)$$

3. ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

α. Πρώτος Νόμος του Newton (Νόμος Αδράνειας)

Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι ίση με το μηδέν, τότε το σώμα αν κινείται συνεχίζει να κινείται με την ταχύτητα με την οποία κινείται (κατά μέτρο και κατεύθυνση) ή αν αρχικά ήταν ακίνητο συνεχίζει να ακινητεί.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = \text{σταθερή} \qquad (11)$$

Το σώμα τότε λέμε ότι ισορροπεί, και αν κινείται, κινείται ευθύγραμμα ομαλά.

β. Δεύτερος Νόμος του Newton (Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής)

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι ίση με το γινόμενο της μάζας του σώματος επί την επιτάχυνσή του.

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \qquad (12)$$

Η επιτάχυνση του σώματος έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.

Διερεύνηση (Πολύ Σημαντικό!!!):

1. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ίση με το μηδέν, τότε η επιτάχυνση του σώματος θα είναι επίσης μηδέν και άρα το σώμα θα έχει σταθερή ταχύτητα αν κινείται ή αν δεν κινείται θα παραμένει ακίνητο.

2. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι διάφορη του μηδενός αλλά σταθερή και έχει ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα, τότε το σώμα θα έχει σταθερή επιτάχυνση και θα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα ή επιβραδυνόμενα ανάλογα με το αν η συνιστάμενη δύναμη είναι ομόρροπη ή αντίρροπη της ταχύτητας του.

3. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μεταβλητή τότε και η επιτάχυνση του σώματος θα είναι μεταβλητή και η κίνηση **θα είναι μεταβαλλόμενη αλλά όχι ομαλά.**

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ:

1 ***Αδράνεια,*** ονομάζουμε την ιδιότητα όλων των υλικών σωμάτων να αντιστέκονται στην μεταβολή της κινητική τους κατάστασης, δηλαδή στην μεταβολή της ταχύτητάς τους.

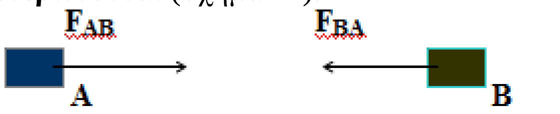
2. ***Μάζα,*** ονομάζουμε το μέτρο της αδράνειας της ύλης.

3. Η μάζα ενός σώματος όταν μετριέται με την χρήση της επιτάχυνσης που του προκαλεί κάποια δύναμη ονομάζεται αδρανειακή, ενώ όταν μετριέται με την χρήση της βαρυτικής έλξης της Γης ονομάζεται βαρυτική.

4. ***Η συνιστάμενη δύναμη είναι ανάλογη της επιτάχυνσης για σώμα σταθερής μάζας, ενώ για σταθερή δύναμη η μάζα είναι αντιστρόφως ανάλογη της επιτάχυνσης.***

γ. Τρίτος Νόμος του Newton (Νόμος Δράσης - Αντίδρασης)

Οι δυνάμεις στην φύση ασκούνται πάντα κατά ζεύγη. Όταν ένα σώμα Α ασκεί δύναμη σε ένα σώμα Β, τότε και το σώμα Β ασκεί δύναμη στο Α. Οι δύο δυνάμεις έχουν ίδια μέτρα αλλά αντίθετες κατευθύνσεις, επειδή όμως δεν ασκούνται στο ίδιο σώμα δεν έχουν συνισταμένη μηδέν, δηλαδή δεν αλληλοεξουδετερώνονται (σχήμα 10).



Σχήμα 10

4. ΒΑΣΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

α. Κάθετη αντίδραση (Ν):

Είναι η δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα που βρίσκεται σε επαφή με κάποιο άλλο σώμα και είναι πάντα κάθετη στην επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων.

β. Στατική Τριβή (T_σ):

Είναι η δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή όταν υπάρχει η τάση να κινηθούν χωρίς ακόμα να κινούνται και αντιστέκεται στην κίνησή τους. Είναι παράλληλη στην επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων, ενώ η τιμή δεν είναι σταθερή και δεν μπορεί να υπολογιστεί από κάποια σχέση. Μόνο η μέγιστη δε τιμή της είναι ανάλογη της κάθετης αντίδρασης:

$$T_\sigma=\mu_\sigma . N \qquad (13)$$

όπου μ_σ ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής και ονομάζεται οριακή τριβή.

γ. Τριβή ολίσθησης (Τ):

Είναι η δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή όταν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ τους, και αντιστέκεται στην κίνησή τους. Είναι παράλληλη στην επιφάνεια επαφής των δύο σωμάτων. Οφείλεται στις ανωμαλίες που παρουσιάζουν οι επιφάνειες και είναι πάντα ανάλογη με την κάθετη αντίδραση, ενώ εξαρτάται και από την φύση των επιφανειών μέσω ενός συντελεστή μ. Δίνεται από την σχέση:

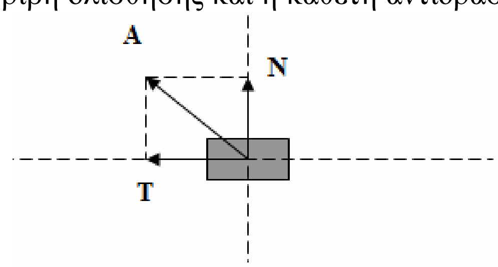
$$T=\mu . N \qquad (14)$$

όπου μ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης.

Να σημειώσουμε ότι η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από το εμβαδό των επιφανειών.

Σημείωση:

Ουσιαστικά όταν σώμα κινείται πάνω σε μία επιφάνεια, δέχεται από αυτή μια πλάγια δύναμη Α της οποίας συνιστώσες στον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα είναι αντίστοιχα η τριβή ολίσθησης και η κάθετη αντίδραση Ν (σχήμα 11).



Σχήμα 11

δ. Βάρος (W):

Είναι η ελκτική δύναμη που η γη ασκεί σε κάθε σώμα και η οποία σχεδιάζεται πάντα κατακόρυφα προς τα κάτω και έχει μέτρο:

$$\mathbf{W=m.g} \qquad (15)$$

5. ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ – ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΒΟΛΗ

***Ελεύθερη Πτώση*, ονομάζεται η κίνηση ενός σώματος υπό την επίδραση μόνο του βάρους του.**

Δηλαδή στην ελεύθερη πτώση αγνοούνται δυνάμεις όπως αντιστάσεις αέρα κ.λ.π., όταν φυσικά μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Η ελεύθερη πτώση είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας $\vec{g}$, με το $\vec{g}$, να μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο αλλά σε συγκεκριμένο τόπο να παραμένει σταθερό.

Πράγματι αν σε ένα σώμα επιδρά μόνο το βάρος του τότε με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής θα έχουμε:

$$\sum F = m.a \Leftrightarrow m.g = m.a \Leftrightarrow \mathbf{\alpha = g = σταθερό}$$

Οι σχέσεις που περιγράφουν την ελεύθερη πτώση είναι σχέσεις ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης:

Επιτάχυνση: $\vec{\alpha} = \vec{g}$ =**σταθερό** (16)

Ταχύτητα: $\mathbf{u=g.t}$ (17)

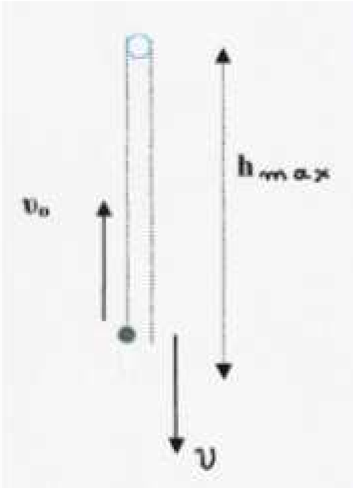
Θέση (μετρημένη ως προς το σημείο εκκίνησης): $\mathbf{y=(1/2).g.t^2}$ (18)

***Κατακόρυφη Βολή*, ονομάζουμε την κίνηση ενός σώματος αφού το εκτοξεύσουμε κατακόρυφα προς τα πάνω ή προς τα κάτω με ταχύτητα u_o και κινηθεί υπό την επίδραση μόνο του βάρους του. Αν το σώμα εκτοξευθεί προς τα πάνω:**

$\vec{g}$ =**σταθερό** (19)

$\mathbf{u=u_o-g.t}$ (20)

$\mathbf{y=u_o.t-(1/2).g.t^2}$ (21)



Σχήμα 12

Σημείωση:

Στην σχέση (18) ως y=0 θεωρείται το σημείο από το οποίο αφήνουμε το σώμα και ως θετική κατεύθυνση του y άξονα θεωρείται η προς τα κάτω, ενώ στην σχέση (21) το y είναι η θέση του σώματος, θεωρώντας ως y=0 το σημείο βολής και ως θετική φορά του άξονα y την προς τα πάνω. Αποδεικνύεται ότι ο χρόνος ανόδου για ένα σώμα που κάνει κατακόρυφη βολή είναι $t_{αν}=\upsilon_o/g$ ενώ το μέγιστο ύψος στο οποίο φθάνει είναι $h_{max}=\upsilon_o^2/2g$. Πράγματι:

$$\upsilon = \upsilon_o - gt \Rightarrow 0 = \upsilon_o - gt \Rightarrow gt = \upsilon_o \Rightarrow \mathbf{t_{αν}} = \frac{\boldsymbol{\upsilon_o}}{\mathbf{g}} \qquad (22)$$

Αντικαθιστώντας τον παραπάνω χρόνο στην σχέση του ύψους έχουμε:

$$h = \upsilon_o.\frac{\upsilon_o}{g} - \frac{1}{2}.g.\frac{\upsilon_o^2}{g^2} \Rightarrow \mathbf{h_{max}} = \frac{\boldsymbol{\upsilon_o^2}}{\mathbf{2.g}} \qquad (23)$$

Αν η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι προς τα κάτω τότε έχουμε αντίστοιχα:

$\vec{\mathbf{g}}$ **=σταθερό** (24)

$\mathbf{u=u_o+g.t}$ (25)

$\mathbf{y=u_o.t+(1/2).g.t^2}$ (26)

ενώ θετική φορά θεωρείται η προς τα κάτω.