ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

1. ΚΙΝΗΣΕΙΣ - ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

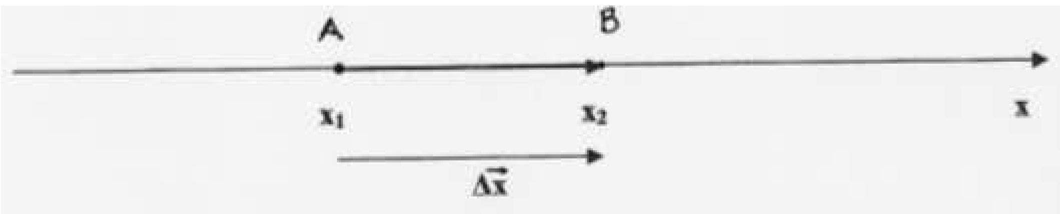
Η κίνηση ενός σώματος είναι ένα φαινόμενο σχετικό. Ένα σώμα κινείται, όταν αλλάζει θέση ως προς έναν παρατηρητή που θεωρείται ακίνητος. Επομένως ένα σώμα μπορεί να κινείται ως προς κάποιον παρατηρητή και να παραμένει ακίνητο ως προς κάποιον άλλο.

(Μην ξεχνάτε!!! Στην Φυσική Επιστήμη κεντρική σημασία έχει αυτός που παρατηρεί ένα φυσικό φαινόμενο, δηλαδή ο παρατηρητής.)

Τροχιά, **ενός σώματος ονομάζεται η γραμμή που ενώνει όλα τα σημεία από τα οποία περνάει το σώμα κατά την διάρκεια της κίνησής του.**

Η μετατόπιση **ενός υλικού σημείου, είναι ένα διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση του σώματος και τέλος την τελική του θέση.**

Αν ένα σώμα π.χ. κινείται πάνω σε ευθεία τροχιά, θεωρώντας την τροχιά του σαν τον προσανατολισμένο άξονα xx΄, αν μετακινηθεί από την θέση Α(x_1) στην θέση Β(x_2) η μετατόπισή του θα είναι ίση με $\Delta x = x_2 - x_1$ όπως φαίνεται ακολούθως και το διάνυσμα της μετατόπισης θα είναι το $\Delta\vec{\mathbf{x}} = \vec{AB}$:



Σχήμα 1

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι το διάστημα κίνησης ενός σώματος, διαφέρει από την μετατόπισή του αφού το διάστημα είναι μέγεθος μονόμετρο και ισούται με το συνολικό μήκος της τροχιάς του σώματος. Π.χ. για ένα σώμα που μετατοπίζεται 5 m δεξιά και έπειτα 5 m αριστερά, η συνολική μετατόπιση είναι μηδέν ενώ το συνολικό διάστημα που διανύει είναι 5 m+5 m=10 m.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

Αν ένα σώμα μετακινηθεί από σημείο Α σε σημείο Β, στην συνέχεια σε σημείο Γ και έπειτα σε σημείο Δ του xx΄ άξονα τότε η συνολική του μετατόπιση θα είναι:

$$\Delta\mathbf{x}_{\mathbf{O\Lambda}} = \Delta\mathbf{x}_{\mathbf{AB}} + \Delta\mathbf{x}_{\mathbf{B\Gamma}} + \Delta\mathbf{x}_{\mathbf{\Gamma\Delta}} = \Delta\mathbf{x}_{\mathbf{A\Delta}}$$

ενώ το συνολικό διάστημα που θα έχει διανύσει θα είναι:

$$\mathbf{s_{ΟΛ}} = |\mathbf{\Delta x_{AB}}| + |\mathbf{\Delta x_{B\Gamma}}| + |\mathbf{\Delta x_{\Gamma\Delta}}| \geq \mathbf{\Delta x_{ΟΛ}}$$

Μέση ταχύτητα (u_{μ} ***) ονομάζουμε το πηλίκο του συνολικού διαστήματος που διανύει ένα σώμα σε κάποιο χρονικό διάστημα προς το χρονικό διάστημα αυτό*** (και είναι μέγεθος μονόμετρο).

$$u_{\mu} = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \quad \text{(στο S.I. μετριέται σε m/s)} \qquad (1)$$

Στιγμιαία ταχύτητα, **ονομάζουμε *τον* <u>ρυθμό μεταβολής της θέσης</u> ενός κινητού. Ισούται με το πηλίκο της μετατόπισης προς το χρονικό διάστημα που συμβαίνει αυτή η μετατόπιση όταν το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν** (και είναι μέγεθος διανυσματικό).

$$\vec{u}_{(\Delta t \to 0)} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \quad \text{(στο S.I. μετριέται σε m/s)} \qquad (2)$$

Στιγμιαία επιτάχυνση, **ονομάζουμε τον <u>ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας</u> ενός κινητού. Ισούται με το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας προς το χρονικό διάστημα που συμβαίνει αυτή η μεταβολή όταν το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν** (και είναι μέγεθος διανυσματικό επίσης).

$$\vec{\alpha}_{(\Delta t \to 0)} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} = \frac{\vec{u}_2 - \vec{u}_1}{t_2 - t_1} \quad \text{(στο S.I. μετριέται σε m/s}^2\text{)} \qquad (3)$$

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ:</u>

1. Στις ευθύγραμμες κινήσεις επειδή όλα τα διανύσματα έχουν την ίδια διεύθυνση οι μεταβολές των διανυσματικών μεγεθών μπορούν να υπολογιστούν ως διαφορές των αλγεβρικών τους τιμών. Έτσι π.χ. για την στιγμιαία ταχύτητα έχουμε:

$$\mathbf{u_{(\Delta t \to 0)}} = \mathbf{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \mathbf{\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

και αντίστοιχα για την στιγμιαία επιτάχυνση:

$$\boldsymbol{\alpha}_{(\Delta t \to 0)} = \mathbf{\frac{\Delta u}{\Delta t}} = \mathbf{\frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1}}$$

2. Υπάρχει επιτάχυνση ακόμα και όταν η ταχύτητα μεταβάλλεται μόνο κατά κατεύθυνση, διότι η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος.

3. Σε διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, η κλίση της γραφικής παράστασης σε κάθε σημείο της δίνει την στιγμιαία επιτάχυνση του σώματος.

4. Σε διάγραμμα μετατόπισης-χρόνου, η κλίση της γραφικής παράστασης σε κάθε σημείο της δίνει την στιγμιαία ταχύτητα του σώματος.

2. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ευθύγραμμη ομαλή **ονομάζεται η κίνηση ενός σώματος, όταν αυτό κινείται πάνω σε ευθεία τροχιά και σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.**

Δηλαδή στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή (κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά).

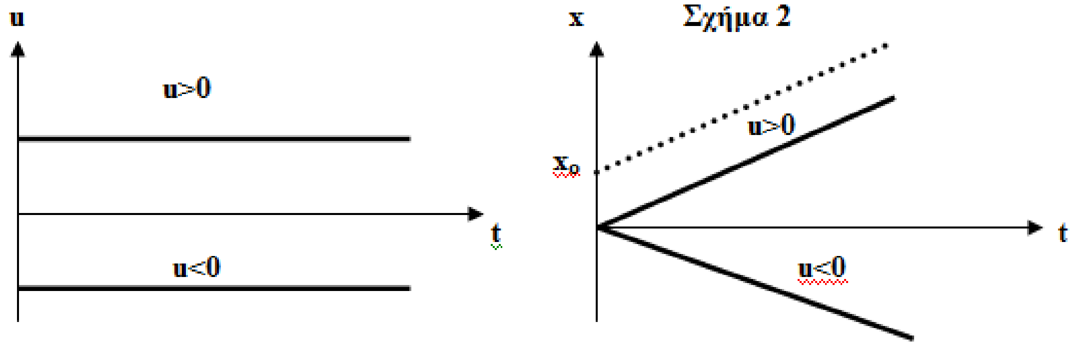
$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{σταθερό} \qquad \textbf{Νόμος ταχύτητας} \qquad (4)$$

$$x = x_o + u.t \qquad \textbf{Εξίσωση κίνησης} \qquad (5)$$

Πράγματι $u = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x - x_o}{t - t_o} \Leftrightarrow u = \dfrac{x - x_o}{t} \Leftrightarrow u.t = x - x_o \Leftrightarrow x = x_o + u.t$

θεωρώντας $t_o=0$.

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ:



Σχήμα 2

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

1. Θετική ταχύτητα (u>0) σημαίνει ότι το σώμα κινείται προς τα εμπρός και αρνητική ταχύτητα ότι το σώμα κινείται προς τα πίσω, ενώ x_o είναι η θέση που το σώμα πιθανόν να έχει την χρονική στιγμή t=0. Αν τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_o=0$ τότε η σχέση (5) γίνεται: $\mathbf{x=u.t}$

2. Το εμβαδόν που περικλείεται σε διάγραμμα υ-t μεταξύ του άξονα του χρόνου και της γραφικής παράστασης δίνει την μετατόπιση του κινητού, ενώ το αντίστοιχο εμβαδόν σε διάγραμμα α-t, δίνει την μεταβολή της ταχύτητας.

3. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη, **ονομάζεται η κίνηση ενός σώματος όταν κινείται σε ευθεία τροχιά και η ταχύτητά του μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό, δηλαδή σε ίσους χρόνους μεταβάλλεται κατά ίσα ποσά.**

Δηλαδή στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή (κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά).

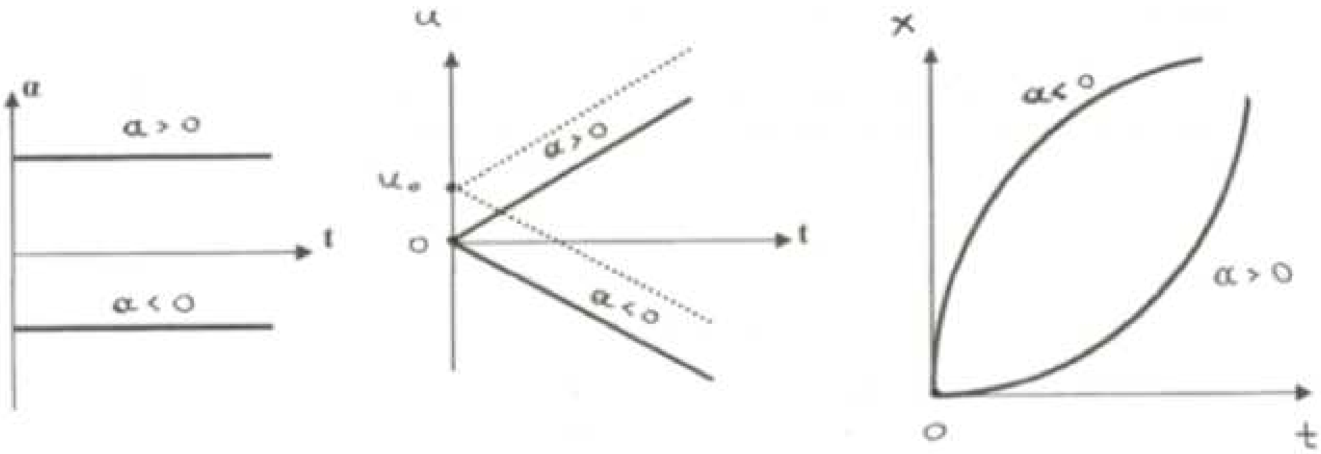
$\boldsymbol{\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} =}$ **σταθερό** (6) **Νόμος επιτάχυνσης**

$\boldsymbol{u=u_o+\alpha.t}$ (7) **Νόμος ταχύτητας**

$\boldsymbol{x=(x_o)+u_o.t+\frac{1}{2}.\alpha.t^2}$ (8) **Εξίσωση κίνησης**

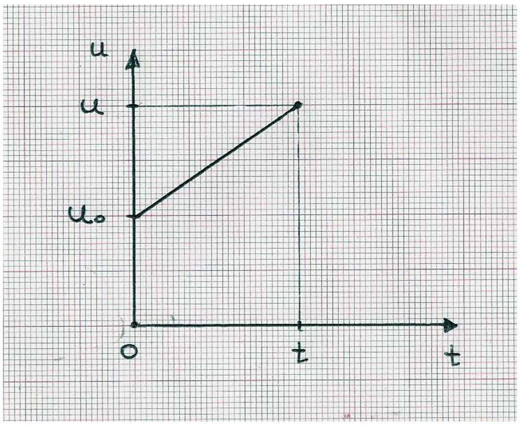
Πράγματι $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u-u_o}{t-t_o} \Leftrightarrow \alpha = \frac{u-u_o}{t} \Leftrightarrow \alpha.t = u-u_o \Leftrightarrow u = u_o + \alpha.t$

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ:



Σχήμα 3

Η εξίσωση της κίνησης αποδεικνύεται αν υπολογίσουμε από το εμβαδόν σε διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου (Σχήμα 4) τη μετατόπιση του σώματος σε ορισμένο χρόνο.



Σχήμα 4

$$x = \frac{(u_o + u).t}{2} = \frac{(u_o + u_o + \alpha.t).t}{2} = \frac{(2.u_o + \alpha.t).t}{2} = \frac{2.u_o.t + \alpha.t^2}{2} = u_o.t + \frac{1}{2}.\alpha.t^2$$

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ:

1. Θετική επιτάχυνση ($\alpha>0$) σημαίνει ότι αυξάνεται η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς και αρνητική επιτάχυνση ($\alpha<0$) σημαίνει ότι μειώνεται η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς, ενώ u_o είναι η ταχύτητα του κινητού την χρονική στιγμή $t=0$.

2. Στην πραγματικότητα το σώμα επιταχύνει όταν τα u και α είναι ομόσημα (ομόρροπα σαν διανύσματα) (δηλαδή $u>0$ και $\alpha>0$ ή $u<0$ και $\alpha<0$) και επιβραδύνει όταν είναι ετερόσημα (αντίρροπα σαν διανύσματα) (δηλαδή $u>0$ και $\alpha<0$ ή $u<0$ και $\alpha>0$)

Ειδικότερα αν θεωρήσουμε ότι ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου u_o και αρχίσει να επιβραδύνει ομαλά με επιτάχυνση μέτρου α έως ότου σταματήσει, τότε ο συνολικός χρόνος κίνησης βρίσκεται αν στην εξίσωση (7) της ταχύτητας θέσω τελική ταχύτητα $u=0$, οπότε:

$$u = u_o - \alpha.t \Rightarrow 0 = u_o - \alpha.t \Rightarrow u_o = \alpha.t \Rightarrow$$

$$t_{max} = \frac{u_o}{\alpha}$$

είναι ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει το αυτοκίνητο.

Όσο για το διανυόμενο διάστημα αυτό θα είναι:

$$x = u_o t - \frac{1}{2}\alpha.t^2 = u_o.\frac{u_o}{\alpha} - \frac{1}{2}.\alpha.(\frac{u_o}{\alpha})^2 = \frac{u_o^2}{\alpha} - \frac{u_o^2}{2.\alpha} \Rightarrow$$

$$x_{max} = \frac{u_o^2}{2.\alpha}$$

3. Χρονικά ανεξάρτητες εξισώσεις:

Θεωρώντας $x_o=0$ αν λύσουμε την σχέση (7) ως προς χρόνο και αντικαθιστώντας στην σχέση (8) θα έχουμε:

$$t = \frac{u - u_o}{\alpha} \quad \text{οπότε} \quad x = u_o.\frac{u - u_o}{a} + \frac{1}{2}.\alpha.(\frac{u - u_o}{\alpha})^2 \Leftrightarrow$$

$$u^2 = u_o^2 + 2.\alpha.x \qquad (9)$$

Μαθηματικό παράρτημα: ΡΥΘΜΟΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ

Αν ένα μέγεθος Κ και ένα μέγεθος Φ συνδέονται με την σχέση:

$$K = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

τότε λέμε ότι το μέγεθος Κ ισούται με τον (χρονικό) ρυθμό μεταβολής του Φ, ενώ $\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1$ είναι η μεταβολή του μεγέθους Φ. Π.χ. γνωρίζουμε ότι:

$\vec{u} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$, η ταχύτητα ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της θέσης

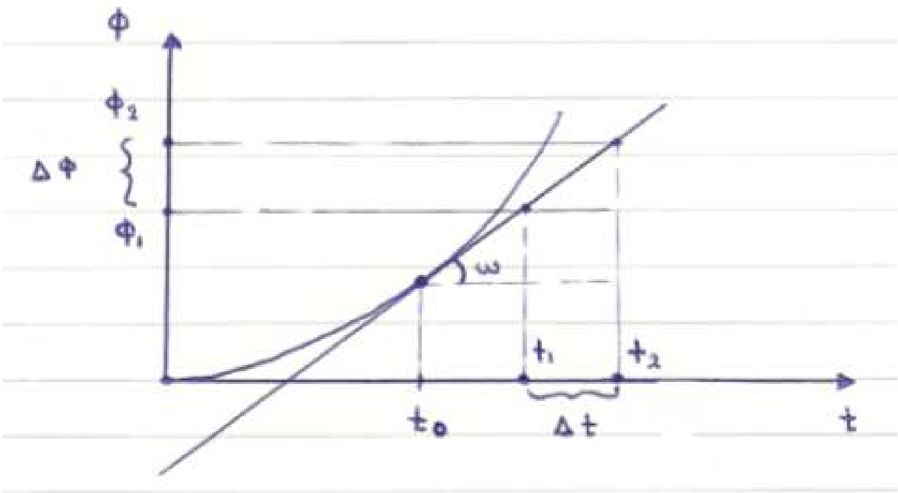
$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t}$, η επιτάχυνση ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας

Σε περίπτωση λοιπόν που τα μεγέθη Κ και Φ συνδέονται με την παραπάνω σχέση θα έχουμε:

1. Σε διάγραμμα Φ=f(t) η κλίση της εφαπτομένης σε κάθε σημείο δίνει την τιμή του Κ εκείνη την χρονική στιγμή.

Στο σχήμα 5 που ακολουθεί για παράδειγμα, η κλίση της εφαπτομένης την χρονική στιγμή t_o δίνει τον ρυθμό μεταβολής του μεγέθους Φ εκείνη τη χρονική στιγμή. Δηλαδή:

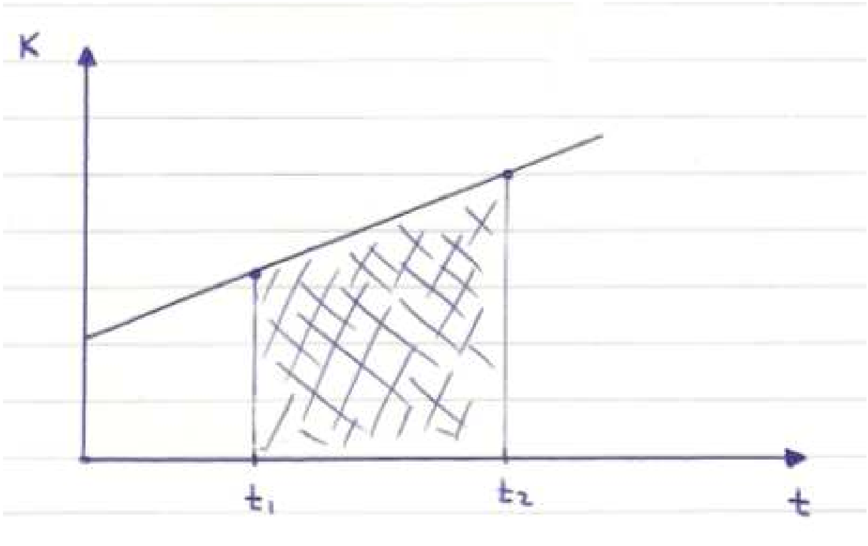
$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \varepsilon\varphi\omega = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1}$$



Σχήμα 5

2. Σε διάγραμμα K=f(t) το εμβαδόν μεταξύ γραφικής παράστασης και άξονα των χρόνων δίνει την ποσότητα ΔΦ=Φ_2-Φ_1 όπου Φ_1 και Φ_2 οι τιμές του μεγέθους Φ τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αντίστοιχα.

Για παράδειγμα στο σχήμα 6: **Εμβαδόν = ΔΦ = Φ_2-Φ_1**



Σχήμα 6